

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**ДУДНИК ВЛАДИСЛАВ БАСІРОВИЧ**

УДК 621.372.54: 621.396.69

**ДИСЕРТАЦІЯ  
СИНТЕЗ РОЗПОДІЛЕНИХ СТРУКТУР ФІЛЬТРАЦІЇ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ  
ЕФЕКТИВНОСТІ РАДІОТЕХНІЧНИХ ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ  
СИСТЕМ НА ОСНОВІ НЕОДНОРІДНИХ ЛІНІЙ**

Спеціальність 172 «Телекомунікації та радіотехніка»

Галузь знань 17 «Електроніка та телекомунікації»

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_ В. Б. Дудник

Науковий керівник: **Кубів Степан Іванович**

доктор економічних наук, професор кафедри засобів захисту інформації НАУ

Київ – 2024

## АНОТАЦІЯ

**Дудник Владислав Басірович. Синтез розподілених структур фільтрації для підвищення ефективності радіотехнічних та телекомунікаційних систем на основі неоднорідних ліній – кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 172 «Телекомунікації та радіотехніка» галузі знань 17 «Електроніка та телекомунікації». Національний авіаційний університет Міністерства освіти і науки України. – Київ, 2024.

Дисертаційна робота присвячена розробці методів аналізу та синтезу розподілених фільтруючих структур для підвищення ефективності радіотехнічних та телекомунікаційних систем, шляхом визначення параметрів та розробки нових типів еквівалентних схем на основі неоднорідних ліній.

У зв'язку із швидкими темпами розвитку інформаційних технологій та широким використанням засобів зв'язку, невпинно зростають вимоги до підвищення їх якості та технологічності виготовлення та зниження вартості. Більш того, через невпинно зростаючий рівень інтегрування засобів зв'язку, збільшується потреба в розширенні функціональних можливостей фільтруючих і узгоджуючих пристроїв для покращення якості послуг та перешкодозахищеності телекомунікаційної апаратури. Тому питання створення нових селективних НВЧ-пристроїв з покращеними характеристиками є актуальним.

Сучасні методи побудови фільтруючих пристроїв включають етапи визначення таких характеристик як: топологія фільтра, смуга пропускання чи смуга загородження, рівень загасання в смузі пропускання та затримання, крутизна амплітудно-частотної характеристики та її загальний вигляд, що залежать від особливостей електромагнітної взаємодії резонаторів. Для отримання найкращих характеристик здійснюється розрахунок, аналіз та оптимізація як усього фільтра, так і його складових ланок математичними методами. Відмінною особливістю фільтрів з розподіленими параметрами є наявність додаткових

(паразитних) смуг пропускання (затримання) через хвильові процеси, що відбуваються у фільтрі. Центральні частоти паразитних смуг пропускання виникають зазвичай, коли використовуються багаторезонансні резонатори. Паразитні смуги спричиняють появу додаткових несанкціонованих каналів прийому інформації, що знижує перешкодостійкість і перешкодозахищеність радіоелектронної апаратури.

Традиційно при проектуванні пасивних фільтруючих пристроїв використовують каскадні з'єднання однорідних ліній передачі, що накладає суттєві обмеження на діапазон їх роботи. Використання неоднорідних ліній (НЛ) як базових елементів пристроїв НВЧ приводить до отримання кращих характеристик. Завдяки можливості підбору закону зміни хвильового опору ділянок НЛ розширюється клас навантажень, що можуть використовуватися, досягається збільшення робочого діапазону, покращення параметрів АЧХ, збільшення електричної міцності пристроїв. При цьому зручно при розробці фільтрів НВЧ користуватися характеристичними параметрами розподілених кіл, що розглядаються як чотиріполіусники. Внаслідок чого легко визначаються фільтруючі властивості як окремих ланок фільтра, так і всього пристрою в цілому.

Метою дисертаційної роботи є розвиток методів синтезу розподілених фільтруючих структур для підвищення ефективності радіотехнічних та телекомунікаційних систем, шляхом визначення параметрів та розробки нових типів еквівалентних схем на основі неоднорідних ліній.

Для досягнення поставленої мети в дисертаційній роботі розв'язуються наступні завдання: аналіз методів побудови фільтруючих пристроїв; розрахунок характеристичних параметрів нових типів НЛ та фільтруючих ланок на їх основі; визначення чотиріполіусних параметрів НЛ; розробка методів синтезу фільтрів з урахуванням нових типів НЛ.

У дисертаційній роботі отримані наступні нові наукові результати.

1. Вперше отримано аналітичні вирази для визначення характеристичних параметрів НЛ, за якими визначено чотиріполіусні параметри нових типів НЛ, що

дозволить використовувати класичні методи теорії синтезу фільтрів не тільки на однорідних лініях, а й на основі НЛ.

2. Вперше визначено хвильовий опір та характеристичні параметри неоднорідної лінії при зміщенні дійсного нуля або полюса вхідного опору навантаженої однорідної лінії, що дозволяє реалізувати різні залежності характеристичного опору від частоти, таким чином розширюючи клас навантажень, які можуть використовуватися.

3. Удосконалено метод синтезу фільтрів на відрізках ОЛ з використанням характеристичних параметрів для його застосування до синтезу фільтрів на основі НЛ, в наслідок чого чутливість електричних параметрів фільтра до розкиду конструктивних параметрів фільтрових ланок зменшується порівняно з конструкціями фільтра, синтезованого іншими методами.

4. Вперше розроблено метод синтезу фільтрів на основі широкосмугової імітації характеристик зосереджених елементів двоступінчастими однорідними лініями з урахуванням впливу стрибків хвильового опору.

**У першому розділі** проведено загальний аналіз стану і перспектив розробки розподілених фільтруючих пристроїв. Показано, що при проектуванні пасивних фільтруючих пристроїв переважно використовуються однорідні відрізки ліній передачі, що не дозволяє покращити їх електричні характеристики. Доведено, що доцільно використовувати неоднорідні лінії (НЛ) як базовий елемент пристроїв НВЧ. Отримання кращих характеристик пристроїв досягається підбором закону зміни хвильового опору ділянок НЛ.

**У другому розділі** розглянуто питання визначення характеристичних параметрів неоднорідної лінії. Визначено процедуру знаходження вхідного опору НЛ за частковим розв'язанням рівнянь НЛ для струму та напруги з урахуванням навантаження. Вперше отримано аналітичні вирази для визначення характеристичних параметрів НЛ, за якими визначено чотириполюсні параметри нових типів НЛ, що дозволить використовувати класичні методи теорії синтезу фільтрів не тільки на однорідних лініях, а й на основі НЛ.

**Третій розділ** присвячено розрахунку параметрів фільтрових ланок на основі неоднорідних ліній зі зміщеним дійсним нулем вхідного опору. Здійснено аналіз і оцінка фільтруючих властивостей нових типів ланок на основі НЛ. Використання НЛ при побудові фільтрів дозволяє реалізувати різні залежності характеристичного опору від частоти, що розширює клас використовуваних навантажень при фільтрації та узгодженні у ширшій області частот порівняно з колами, побудованими на ОЛ.

Отримав подальший розвиток метод синтезу фільтрів на відрізках ОЛ з використанням характеристичних параметрів для його застосування до синтезу фільтрів на основі НЛ, в наслідок чого, чутливість електричних параметрів фільтра до розкиду конструктивних параметрів фільтрових ланок зменшується порівняно з конструкціями фільтра, синтезованого іншими методами.

**В четвертому розділі** на основі запропонованого методу синтезу фільтрів з використанням НЛ розроблені варіанти топології реалізації ФНЧ та ФВЧ з характеристиками, що перевершують існуючі аналоги. Визначено матриці провідностей та опорів нових типів НЛ, які збільшують елементну базу проектування фільтруючих та узгоджувальних пристроїв. Вперше розроблено метод синтезу фільтрів на основі широкосмугової імітації характеристик зосереджених елементів двоступінчастими однорідними лініями з урахуванням впливу стрибків хвильового опору. Показано, що розрахунок величини ємності та індуктивності стиків ліній у місцях стрибків хвильового опору дає можливість підвищити точність розрахунків та скоригувати хвильові опори та час затримки відрізків однорідних ліній. Доведено, що при синтезі СПФ на нових типах НЛ можна використовувати наближений метод Кона та інші методи синтезу фільтрів. Використання НЛ як резонаторів дозволяє вибором хвильового опору збільшити смугу загородження СПФ порівняно з СПФ на резонаторах на основі однорідних ліній.

**Ключові слова:** радіотехніка, синтез фільтрів, чотиріполюсники, характеристичні параметри, неоднорідні лінії, АЧХ, радіо обладнання, обробка даних, телекомунікації.

## ANNOTATION

**Dudnyk Vladyslav Basirovych. Synthesis of distributed filtering structures for increasing the radio engineering and telecommunication systems efficiency based on non-homogeneous lines - qualifying scientific work on the rights of the manuscript.**

The dissertation on competition of a scientific degree of the candidate of technical sciences on a specialty 172 "Telecommunications and radio engineering" field of knowledge 17 "Electronics and Telecommunications". National Aviation University of the Ministry of Education and Science of Ukraine. - Kyiv, 2024.

The dissertation work is devoted to the development of methods of analysis and synthesis of distributed filtering structures for increasing the radio engineering and telecommunication systems efficiency, by determining parameters and developing new types of equivalent circuits based on non-homogeneous lines.

In connection with the rapid pace of development of information technologies and the wide use of means of communication, the requirements for improving their quality and manufacturability and reducing the cost are constantly growing. Moreover, due to the constantly growing level of integration of communication means, there is an increasing need to expand the functionality of filtering and matching devices to improve the quality of services and interference protection of telecommunication equipment. Therefore, the issue of creating new selective microwave devices with improved characteristics is urgent.

Modern methods of constructing filter devices include the stages of determining such characteristics as filter topology, passband or band rejection, the level of attenuation in the passband and delay, the steepness of the amplitude-frequency characteristic, and its general appearance, which depend on the characteristics of the electromagnetic interaction of the resonators. In order to obtain the best characteristics, calculation, analysis, and optimization of both the entire filter and its components are carried out using mathematical methods. A distinctive feature of filters with distributed parameters is the presence of additional (parasitic) bandwidths (detention) due to wave

processes occurring in the filter. The center frequencies of spurious passbands usually occur when multi-resonance resonators are used. Parasitic bands cause the appearance of additional unauthorized channels for receiving information, which reduces the immunity of radio-electronic equipment.

Traditionally, when designing passive filtering devices, cascade connections of homogeneous transmission lines are mainly used, this imposes significant limitations on the range of their operation. The use of non-homogeneous lines (NL) as the basic elements of microwave devices leads to better device characteristics. Thanks to the possibility of selecting the law of change of the wave resistance of the NL sections, the class of loads that can be used is expanded, an increase in the operating range is achieved, an improvement in frequency response parameters is achieved, as well as a decrease in the sensitivity of the electrical parameters of the filter to the spread of the design parameters of the filter elements, which is an increase in the electrical strength of the devices. At the same time, it is convenient to use the characteristic parameters of distributed circuits, which are considered quadrupoles, when designing microwave filters. As a result, the filtering properties of both individual filter elements and the entire device as a whole can be easily determined.

The aim of the dissertation is the development of methods for the synthesis of distributed filtering structures for increasing the radio engineering and telecommunication systems efficiency, by determining the parameters and developing new types of equivalent circuits based on non-homogeneous lines.

To achieve the set goal, the following tasks are solved in the dissertation work: analysis of methods of construction of filtering devices; calculation of characteristic parameters of new types of NL and filtering units based on them; determination of four-pole parameters of NL; development of filter synthesis methods taking into account new types of NL.

The following new scientific results were obtained in the dissertation work.

1. For the first time, analytical expressions for determining the characteristic parameters of NL were obtained, according to which four-pole parameters of new types

of NL are determined, which will allow the use of classical methods of filter synthesis theory not only on homogeneous lines but also on the basis of NL.

2. For the first time, the wave resistance and characteristic parameters of a non-homogeneous line are determined when the real zero or pole of the input resistance of a loaded homogeneous line is shifted, which allows to realize different dependencies of the characteristic resistance on the frequency, thus expanding the class of loads that can be used.

3. The method of synthesizing filters on NL segments has been improved using characteristic parameters for its application to the synthesis of filters based on NL, as a result of which the sensitivity of the electrical parameters of the filter to the spread of the structural parameters of the filter elements is reduced compared to the designs of the filter synthesized by other methods.

4. For the first time, a filter synthesis method was developed based on broadband simulation of the characteristics of lumped elements by two-stage homogeneous lines, taking into account the influence of wave resistance jumps.

In the first section, a general analysis of the state and prospects for developing distributed filtering devices is carried out. It is shown that when designing passive filtering devices, homogeneous segments of transmission lines are mostly used, which does not allow to improve their electrical characteristics. It has been proven that it is expedient to use non-homogeneous lines (NL) as the basic element of microwave devices. Obtaining the best characteristics of the devices is achieved by selecting the law of change of the wave resistance of the NL sections.

In the second section, the issue of determining the characteristic parameters of a non-homogeneous line is considered. The procedure for finding the input resistance of the NL based on the partial solution of the NL equations for current and voltage, taking into account the load, is defined. For the first time, analytical expressions for determining the characteristic parameters of NL were obtained, according to which the four-pole parameters of new types of NL are determined, which will allow the use of classical methods of filter synthesis theory not only on homogeneous lines but also on the basis of NL.



The third section is devoted to the calculation of the parameters of the filter elements based on non-homogeneous lines with a shifted effective zero of the input resistance. An analysis and evaluation of the filtering properties of new types of links based on NL were carried out. The use of NL in the construction of filters allows you to realize different dependencies of the characteristic resistance on the frequency, which expands the class of loads used for filtering and matching in a wider frequency range compared to circuits built on NL.

The method of synthesizing filters on segments of NL with the use of characteristic parameters for its application to the synthesis of filters based on NL received further development, and as a result, the sensitivity of the electrical parameters of the filter to the spread of the structural parameters of the filter elements is reduced compared to the designs of the filter synthesized by other methods.

In the fourth chapter, on the basis of the proposed method of synthesis of filters using NL, variants of the topology of low-pass filter and high-pass filter implementation with characteristics superior to existing analogs are developed. Matrices of conductances and resistances of new types of NL have been determined, which increase the element base for designing filtering and matching devices. For the first time, a filter synthesis method was developed based on broadband simulation of the characteristics of lumped elements with two-stage homogeneous lines, taking into account the influence of wave resistance jumps. It is shown that the calculation of the values of the capacitance and inductance of the line junctions in the places of wave resistance jumps makes it possible to increase the accuracy of calculations and to adjust the wave resistances and the delay time of segments of homogeneous lines. It has been proven that the approximate Kohn method and other methods of filter synthesis can be used in the synthesis of SPF on new types of NL. The use of NLs as resonators allows the choice of wave resistance to increase the blocking band of the BPF compared to the BPF on resonators based on homogeneous lines.

**Keywords:** radio engineering, filters synthesis, quadrupoles, characteristic parameters, non-homogeneous lines, frequency response., data processing, radio equipment, telecommunications..

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Баланюк Ю., Дудник В. Процедура синтезу стержневих розподілених структур у площині двох частотних змінних. *Measuring and computing devices in technological processes*, (4), 2023. С. 273-280. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2023-76-36>

2. Баланюк Ю., Дудник В. Використання двох частотних змінних при синтезі розподілених кіл. *Measuring and computing devices in technological processes*, (3), 2023. С. 269-274. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2023-75-33>

3. Козловський В. В., Дудник В. Б. Фільтрові ланки на основі неоднорідних ліній передачі. *Наукоємні технології*, 4(56), 2022. С. 289-295. <https://doi.org/10.18372/2310-5461.56.17128>

4. Kozlovskiy V., Bieliatynskiy A., Klobukov V., Dudnyk V. Devices on Inhomogeneous Links with Nonlinear Capacity. *Advances in Artificial Systems for Logistics Engineering. ICAILE 2022. Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*, vol 135. Springer, Cham, 2022. P. 469-480. (Scopus) [https://doi.org/10.1007/978-3-031-04809-8\\_42](https://doi.org/10.1007/978-3-031-04809-8_42)

### Матеріали й тези доповідей на конференціях

6. Дудник В. Б., Мелешко Т. В., Сорокун А. Д. Пристрої на неоднорідних лініях з нелінійною ємністю у телекомунікаційних системах. XVI Міжнародна науково-технічна конференція АВІА-2023. Електроніка та телекомунікації, (18-20 квітня 2023 р.), 2023. С. 56-60.

7. Nesterenko K., Nimych O., Dudnyk V. Determination of a four-pole transmission line matrix based on a nonuniform. XII Міжнародна науково-технічна конференція ITSec-2023. Безпека інформаційних технологій, (2-4 травня 2023 р.), 2023. С. 67-69.

8. Nesterenko K. S., Nimych O. V., Dudnyk V. B. Analytical techniques for determining quadrupole matrix in nonuniform transmission lines for high-speed communication systems. XVI Міжнародна науково-практична конференція ІРТК-2023, (23-24 травня 2023 р.), Київ, 2023. С. 248-250.

9. Яковів І. І., Горошанко А. І., Дудник В. Б. Пристрої на неоднорідних лініях з нелінійною ємністю у телекомунікаційних системах. XV Міжнародна науково-практична конференція ПРТК-2022, (17-18 травня 2022 р.), Київ, 2022. С. 208-211.

## ЗМІСТ

|   |    |
|---|----|
| ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ.....  | 14 |
| ВСТУП.....  | 15 |
| РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ СТАНУ І ПЕРСПЕКТИВ РОЗРОБКИ<br>РОЗПОДІЛЕНИХ ФІЛЬТРУЮЧИХ СТРУКТУР НА НЕОДНОРІДНИХ<br>ЛІНІЯХ ПЕРЕДАЧІ.....  | 21 |
| 1.1 Побудова фільтруючих структур у класі ланцюгів Річардса.....  | 21 |
| 1.2 Синтез фільтруючих структур методом характеристичних<br>параметрів.....   | 26 |
| 1.3 Універсальний наближений метод синтезу фільтрів.....  | 27 |
| 1.4 Числові методи синтезу НВЧ-фільтруючих пристроїв.....   | 32 |
| 1.5 Аналіз методів побудови пристроїв НВЧ на основі неоднорідних<br>ліній. Постановка задачі.....                         | 35 |
| Висновки до розділу 1.....  | 38 |
| РОЗДІЛ 2 ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ<br>НЕОДНОРІДНОЇ ЛІНІЇ.....  | 39 |
| 2.1 Основні відомості теорії неоднорідних ліній.....  | 39 |
| 2.2 Визначення хвильового опору лінії при зміщенні нуля або полюса<br>вхідного опору.....                                 | 43 |
| 2.3 Визначення вхідного опору навантаженої лінії.....   | 46 |
| 2.4 Визначення характеристичних параметрів лінії.....   | 49 |
| Висновки до розділу 2.....  | 67 |
| РОЗДІЛ 3 ФІЛЬТРОВІ ЛАНКИ НА ОСНОВІ НЕОДНОРІДНОЇ ЛІНІЇ ЗІ<br>ЗМІЩЕНИМ ДІЙСНИМ НУЛЕМ ВХІДНОГО ОПОРУ<br>НАВАНТАЖЕНОЇ ОЛ..... | 68 |
| 3.1 Характеристичні параметри НЛ зі зміщеним нулем вхідного опору<br>навантаженої ОЛ.....                                 | 68 |
| 3.2 Ланка з послідовною індуктивністю.....  | 79 |

|   |     |
|---|-----|
| 3.3 Ланка з послідовно включеним послідовним контуром.....  | 81  |
| 3.3 Ланка з паралельно включеним послідовним контуром.....  | 83  |
| 3.5 Симетрична ланка без додаткових включень.....   | 85  |
| 3.6 Характеристичні параметри неоднорідної лінії.....   | 86  |
| Висновки до розділу 3.....  | 88  |
| РОЗДІЛ 4 СИНТЕЗ ФІЛЬТРІВ НА ОСНОВІ НЕОДНОРІДНИХ<br>ЛІНІЙ.....   | 88  |
| 4.1 Фільтри нижніх та верхніх частот (ФНЧ, ФВЧ).....  | 90  |
| 4.1.1 Ланки на основі двоступінчастих ліній.....  | 90  |
| 4.1.2 Вплив стиків хвильових опорів на характеристики<br>ланок.....                                       | 94  |
| 4.1.3 Топології реалізації фільтруючих Т- та П-подібних ланок ФНЧ та<br>ФВЧ.....                          | 103 |
| 4.2 Побудова смуго-пропускних фільтрів .....  | 108 |
| 4.2.1 Визначення матриць чотириполюсника у вигляді НЛ.....  | 108 |
| 4.2.2 Схема заміщення в області резонансних частот.....   | 113 |
| 4.2.3 Схема заміщення в області протирезонансних частот.....  | 115 |
| 4.2.4 Фільтри з резонаторами паралельного типу.....   | 118 |
| 4.2.5 Фільтри із резонаторами послідовного типу.....  | 120 |
| Висновки до розділу 4.....  | 125 |
| ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ.....   | 126 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....   | 129 |
| ДОДАТОК А. Список публікацій здобувача за темою та відомості про<br>апробацію результатів дисертації..... | 140 |
| ДОДАТОК Б. Акти впровадження результатів дисертації.....  | 142 |

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ**

АЧХ – Амплітудно-частотна характеристика

БД – База даних

ОЕ – одиничний елемент кола Річардса

К.К.Д. – Коефіцієнт корисної дії

НЛ – неоднорідна лінія

ОЛ – однорідна лінія

СЗФ – Смуго-загороджувальний фільтр

СПФ – Смуго-пропускаючий фільтр

НВЧ – Надвисокі частоти

ТЕМ – поперечна електромагнітна хвиля

ФНЧ – Фільтр низьких частот

ФВЧ – Фільтр верхніх частот

ЦФ – Цифровий фільтр

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Проектування сучасних радіотехнічних пристроїв у системах зв'язку, радіонавігації, радіоелектронної боротьби, радіоастрономії, медичного обладнання та інших областях неможливе без використання різних типів частотних фільтрів, основними з яких є фільтри низьких частот (ФНЧ), фільтри верхніх частот (ФВЧ), смуго-пропускаючі (СПФ) та смуго-загороджувальні (СЗФ) фільтри. Амплітудно-частотні характеристики фільтрів (АЧХ) значною мірою визначають такі характеристики радіоелектронного обладнання як завадостійкість і перешкодозахищеність, характеристики електромагнітної сумісності та дальність дії різних радіоелектронних комплексів. Тому питанням розробки частотних фільтрів приділяється велика увага.

На даний час найбільш повно розвинена теорія зосереджених фільтрів, що складаються з елементів  $L$ ,  $C$ . Ця теорія справедлива за умови, що максимальний геометричний розмір фільтра значно менший за мінімальну довжину хвилі оброблюваних сигналів. Зі зростанням швидкості обробки інформації, коли геометричні розміри фільтра стають співмірними з довжиною хвилі, використання класичної теорії  $LC$  фільтрів приводить до появи значних помилок при проектуванні фільтрів. Причиною цього є відсутність врахування хвильових процесів, які відбуваються у фільтруючих колах. Тому для синтезу кіл фільтрації на досить високих частотах використовується теорія ліній передачі, процеси у яких описуються телеграфними рівняннями. При цьому основним базовим елементом побудови фільтрів є однорідний відрізок лінії передачі з постійним хвильовим опором. Широке застосування однорідних ліній (ОЛ) пояснюється насамперед простотою отримання точного рішення телеграфних рівнянь, що дозволило розробити методи синтезу розподілених фільтрів. Однак фільтри на основі ОЛ мають низку недоліків. Амплітудно-частотні характеристики є періодичними функціями частоти, що є причиною появи паразитних каналів прийому фільтрів, внаслідок чого відбувається зниження завадостійкості пристроїв, крутизна спадання АЧХ у ряді випадків є недостатньою, що

призводить до збільшення кількості ланок кіл фільтрації, з'являється великий рівень втрат резонаторів.

Набагато більшими можливостями при синтезі кіл фільтрації та узгодження мають відрізки зі змінним по довжині хвильовим опором (неоднорідні лінії (НЛ)). І тут необхідні АЧХ досягаються підбором зміни хвильового опору і структурою з'єднання неоднорідних ліній. В даний час на практиці використовується невелика кількість НЛ, для яких є точне рішення телеграфних рівнянь: лінії з параболічною та гіперболічною зміною хвильового опору, експоненційні лінії, лінії степеневого типу. Обмежений клас використовуваних НЛ не дозволяє реалізувати на практиці потенційні властивості всього класу НЛ.

Питаннями синтезу кіл фільтрації на основі ліній передачі займалися зарубіжні і вітчизняні вчені: Richard C., Dorf, James A., Svoboda, Д.Л. Маттей, Л. Янг, Є.М.Т. Джонс, Литвиненко О.М., Сошников В.І.

З викладеного випливає, що актуальність даної роботи зумовлена необхідністю використання нових типів НЛ для розробки кіл фільтрації з більш досконалими характеристиками на противагу до існуючих аналогів.

### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Тема дисертаційної роботи пов'язана з пріоритетними напрямками розвитку науки і техніки, наведеними в «Переліку пріоритетних тематичних напрямів наукових досліджень і науково-технічних розробок та середньострокових пріоритетних напрямків інноваційної діяльності загальнодержавного та галузевого рівнів», затвердженому Постановою Кабінету міністрів України № 942 від 7 вересня 2011, зі змінами згідно Постанови №782 від 12 липня 2022р.

Отримані в дисертаційній роботі наукові результати були використані в науково-дослідній роботі «Дослідження функціонування електронних пристроїв та перетворювачів фізичних величин в інформаційно-комунікаційному середовищі», державний реєстраційний номер № д/р: 0124U002133, яка виконується в Луцькому національному технічному університеті.

**Мета і завдання дослідження.** Метою роботи є розвиток методів синтезу розподілених фільтруючих структур для підвищення ефективності радіотехнічних



та телекомунікаційних систем, шляхом визначення параметрів та розробки нових типів еквівалентних схем на основі неоднорідних ліній.

Досягнення поставленої мети зумовило постановку та вирішення наступних завдань:

- 1) здійснити аналітичний огляд методів побудови фільтруючих пристроїв та обґрунтувати напрямок дослідження;
- 2) провести аналіз характеристичних параметрів нових типів НЛ та фільтруючих ланок на їх основі;
- 3) виконати визначення чотириполюсних параметрів НЛ;
- 4) розробити методи синтезу фільтрів з урахуванням нових типів НЛ.

**Об'єктом дослідження** є процеси у радіотехнічних пристроях частотної фільтрації.

**Предмет дослідження** – розподілені фільтри на неоднорідних лініях передачі.

**Методи досліджень.** Для вирішення поставлених завдань у роботі використовувалася теорія розподілених кіл та теорія частотної фільтрації. Зокрема, щодо параметрів еквівалентних чотириполюсників НЛ використовувалася теорія неоднорідних ліній передачі.

**Наукова новизна одержаних результатів.** У рамках виконаних досліджень дістали подальшого розвитку теорія неоднорідних ліній передачі та методи побудови розподілених фільтрів та було отримано такі наукові результати:

1. Вперше отримано аналітичні вирази для визначення характеристичних параметрів НЛ, за якими визначено чотириполюсні параметри нових типів НЛ, що дозволить використовувати класичні методи теорії синтезу фільтрів не тільки на однорідних лініях, а й на основі НЛ.

2. Вперше визначено хвильовий опір та характеристичні параметри неоднорідної лінії при зміщенні дійсного нуля або полюса вхідного опору навантаженої однорідної лінії, що дозволяє реалізувати різні залежності характеристичного опору від частоти, таким чином розширюючи клас навантажень, які можуть використовуватися.

3. Удосконалено метод синтезу фільтрів на відрізках ОЛ з використанням характеристичних параметрів для його застосування до синтезу фільтрів на основі НЛ, в наслідок чого чутливість електричних параметрів фільтра до розкиду конструктивних параметрів фільтрових ланок зменшується порівняно з конструкціями фільтра, синтезованого іншими методами.

4. Вперше розроблено метод синтезу фільтрів на основі широкосмугової імітації характеристик зосереджених елементів двоступінчастими однорідними лініями з урахуванням впливу стрибків хвильового опору.

#### **Практичне значення одержаних результатів.**

1. Вирішене завдання розширення класу НЛ для яких отримані точні рішення для елементів матриці опорів (провідностей). На основі отриманих результатів синтезовані розподілені фільтри на неоднорідних лініях з характеристиками, що перевершують існуючі аналоги.

2. На основі запропонованого методу синтезу фільтрів на основі НЛ розроблені варіанти топології реалізації ФНЧ та ФВЧ. У синтезованому СПФ при використанні шлейфів на НЛ смуга загородження більш ніж у два рази перевищує смугу загородження аналога на ОЛ. Практичне використання таких фільтрів підвищує завадостійкість та перешкодозахищеність телекомунікаційних систем

3. Показано, що розрахунок величини ємності та індуктивності стиків ліній у місцях стрибків хвильового опору дає можливість підвищити точність розрахунків та скоригувати хвильові опори та час затримки відрізків однорідних ліній. Використання стрибка в смужці двоступінчастої лінії дозволило збільшити діапазон реалізації індуктивності в 1,33 рази.

4. У порівнянні з існуючими методами реалізації індуктивності використання двоступінчастої розімкненої лінії на НЛ дозволяє збільшити робочий діапазон відтворення АЧХ зосередженого ФВЧ на 20% .

Основні результати дисертаційних досліджень можуть бути використані при розробці пристроїв фільтрації радіотехнічних пристроїв високошвидкісних засобів телекомунікацій.

У додатку до дисертації подано документи, що підтверджують практичне

використання результатів дисертаційної роботи.

**Особистий внесок здобувача.** Основні наукові результати, які виносяться на захист, одержані автором особисто. Теоретичні і методологічні положення, методичні та практичні висновки дисертаційного дослідження, аналіз і критичне узагальнення зарубіжної та вітчизняної літератури з досліджуваної проблеми є результатом самостійної роботи автора.

У наукових статтях, опублікованих у співавторстві, автору належать такі наукові результати: [1] – здійснено узагальнення теореми Річардса двох комплексних частотних змінних для удосконалення синтезу кіл фільтрації на основі неоднорідних ліній передачі; [2] – розроблено метод реалізації ступінчастих схем LC ФНЧ шляхом вибору хвильових опорів ліній передачі для ліній з різними частотними діапазонами імітації характеристик зосереджених елементів  $L$ ,  $C$ ; [3] – запропоновано використовувати лінії з певним розташуванням нулів та полюсів вхідного опору для визначення хвильового опору неоднорідних ліній фільтруючих ланок; [4] – розроблено новий підхід до побудови фільтрів варакторних пристроїв з коливальними системами у вигляді неоднорідних ліній передачі; [5] – проведено теоретичні дослідження в напрямку розробки вимог для пристроїв аналізу обробки даних для побудови систем захисту інформації; [6, 9] – здійснено аналіз параметрів варакторних пристроїв при зміщенні нулів і полюсів фільтрів на неоднорідних лініях з нелінійною ємністю, запропоновано підхід до синтезу неоднорідних ліній, які мають мінімальне відношення максимального хвильового опору до його мінімального значення; [7, 8] – запропоновано метод розрахунку параметрів матриць передачі для фільтруючих структур, представлених у вигляді чотиріполюсників з відрізків неоднорідних ліній для високошвидкісних телекомунікаційних систем.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дисертаційних досліджень, практичні висновки та рекомендації, одержані в процесі досліджень, були апробовані на 4 наукових конференціях та отримали позитивну оцінку, а саме:

XVI Міжнародна науково-технічна конференція АВІА-2023. Електроніка та

телекомунікації, 18-20 квітня 2023 р., XII Міжнародна науково-технічна конференція ITSec-2023. Безпека інформаційних технологій, 2-4 травня 2023 р., XVI Міжнародна науково-практична конференція ПРТК-2023, 23-24 травня 2023 р., XV Міжнародна науково-практична конференція ПРТК-2022, 17-18 травня 2022 р.

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи опубліковані у 9 наукових працях, серед яких 4 статті у фахових виданнях, 1 у виданні наукометричної бази SCOPUS, 4 доповіді на міжнародних наукових конференціях.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з анотації, змісту, переліку умовних позначень, вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку використаних джерел і містить 118 сторінок тексту, 70 рисунків, 1 таблицю, 4 сторінки додатків. Список використаних джерел містить 108 найменувань і займає 10 сторінок. Загальний обсяг дисертаційної роботи – 143 сторінки.

## РОЗДІЛ 1

### АНАЛІЗ СТАНУ І ПЕРСПЕКТИВ РОЗРОБКИ РОЗПОДІЛЕНИХ ФІЛЬТРУЮЧИХ СТРУКТУР НА НЕОДНОРОДНИХ ЛІНІЯХ ПЕРЕДАЧІ

#### 1.1 Побудова фільтруючих структур у класі кіл Річардса

На даний час найбільш повно розвинені методи проектування фільтрів на основі зосереджених елементів  $L$ ,  $C$  (індуктивностей, ємностей), які застосовуються для розробки кіл, розміри яких значно менші за мінімальну довжину хвилі. В цьому випадку хвильовими процесами у фільтруючих структурах можна знехтувати і при синтезі фільтрів користуються класичною теорією зосереджених електричних кіл [5-10, 12-14]. Зі зростанням частоти, коли довжина хвилі стає порівняною з розмірами фільтра, методи теорії зосереджених кіл приводять до великих помилок при синтезі фільтрів, оскільки вони не враховують виникаючі хвильові процеси.

Однією з перших спроб використання теорії зосереджених кіл для синтезу розподілених фільтрів є введення нової частотної змінної  $S = jtg\theta$ ,  $\theta = \omega t$ , де  $\theta$  - електрична довжина,  $\omega$  - частота коливання,  $t$  - час затримки лінії передачі з постійним хвильовим опором (однорідної лінії),  $j$  - уявна одиниця. Довільну додатню дійсну функцію опору або провідності щодо частотної змінної  $S$  можна реалізувати у вигляді кола Річардса [33,60,76]. До кіл Річардса відносяться розподілені кола, що складаються з однорідних відрізків ліній передачі з різними хвильовими опорами, що мають однакові електричні довжини. При цьому можна використовувати традиційні способи побудови зосереджених фільтрів.

На практиці при проектуванні різних фільтруючих структур через простоту технічної реалізації найчастіше використовуються каскадні з'єднання однорідних ліній з послідовними або паралельними шлейфами. Наприклад, при смужковій топології зручно використовувати паралельні шлейфи, а при щілинних конструкціях – послідовні шлейфи. При використанні коаксіальних ліній використовують обидва типи шлейфів. При переході від одного типу шлейфу до

іншого використовують тотожності Куроди (рис.1.1) [60,76].

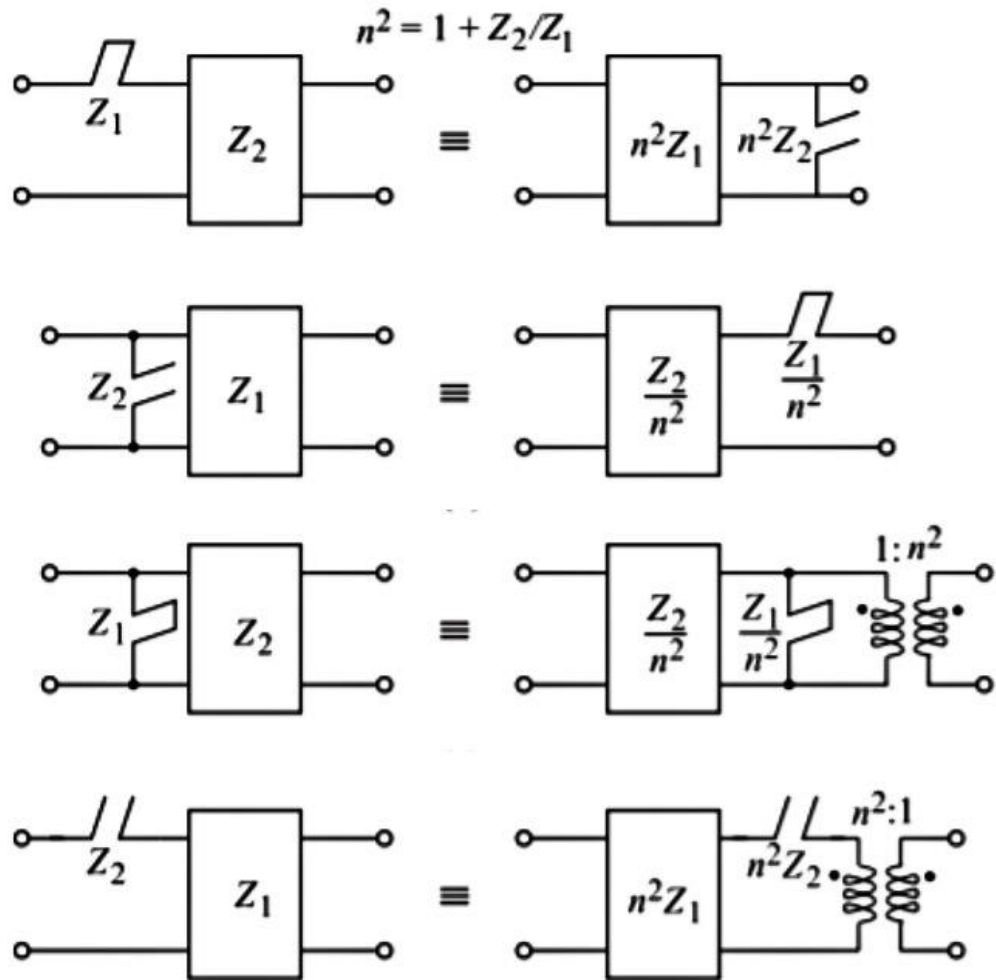


Рис. 1.1. Тотожності Куроди:  $Z_1, Z_2$  – хвильові опори,  $n$  – коефіцієнт трансформації, прямокутником позначений одиничний елемент Річардса (однорідний відрізок лінії передачі з відповідним хвильовим опором)

З аналізу джерел, присвячених розробкам різних пристроїв на основі кіл Річардса [33,60,76] випливає, що найширше застосування знайшли наступні розподілені ланцюги:

1. Перестановка одиничного елемента і ланки Бруне, що є з'єднанням трансформатора з послідовною ємністю, підключені до входу або виходу одиничного елемента (ОЕ).

2. Петля Ікено, що складається з ОЕ та кола зворотного зв'язку, що містить каскадне з'єднання ОЕ.

3. Кола, утворені зі ступеневих LC зосереджених прототипів. У таких схемах на початку та в кінці до дійсних навантажень можна додавати кілька ОЕ. При цьому частотна характеристика загасання фільтра не зміниться, але з'явиться новий фазовий зсув. Застосовуючи тотожності Куроди, можна всі послідовні індуктивності замінити на паралельні ємності і навпаки. Це дозволяє перейти від реалізації пристроїв на щільній лінії до смужкової реалізації і навпаки, не здійснюючи наново весь процес синтезу. Діючи таким чином, можна привести структуру фільтра до структури, що має тільки послідовні або паралельні шлейфи. У такий спосіб можна будувати ФНЧ, ФВЧ, смуго-пропускаючі (СПФ) і смуго-загороджувальні (СЗФ) фільтри.

Недолік методу полягає в тому, що одиничні елементи служать тільки як сполучні елементи, забезпечуючи необхідну для реалізації конфігурацію схем на лініях передачі, але не беруть участь у формуванні характеристик фільтрів.

4. Нормальні кола. До цього класу відносяться кола Річардса, що мають передатний опір виду.

$$Z_{12}(S) = \frac{(1 - S^{2\nu})^2 f(S)}{g(S)} \quad (1.1)$$

де  $\nu$ - додатне число або нуль,  $f(S)$ ,  $g(S)$ - діючі поліноми.

Нормальні кола є досить широким класом кіл на основі якого можна реалізовувати різні фільтруючі та узгоджувальні структури. Для даного класу кіл розроблено теорію синтезу пристроїв по передавальних функціях. Однак вона застосовується в основному для діючих навантажень і вимагає проведення попередніх складних математичних досліджень. Тому для її використання потрібна висока кваліфікація розробників апаратури.

Найбільш поширеними структурами цього класу є:

- кола стрижневого типу, що представляють каскадне з'єднання ОЕ з різними хвильовими опорами;

- кола з простими розімкненими шлейфами;
- кола із простими замкнутими шлейфами;
- кола деревоподібної структури (рис.1.2 - 1.4)

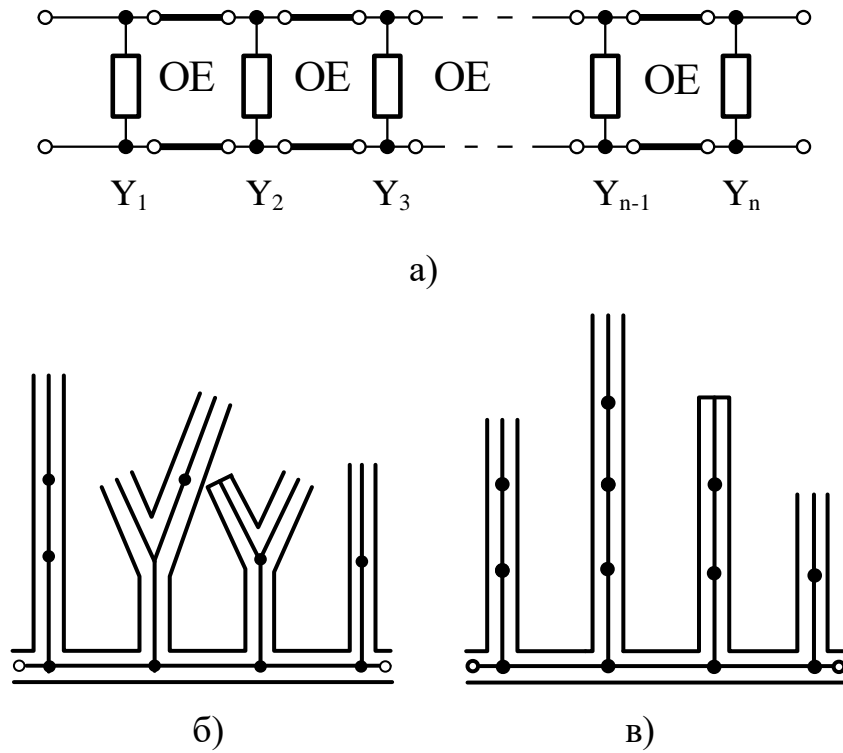


Рис. 1.2. Деревоподібна схема:

а) канонічна форма; б) приклад реалізації; в) схема, еквівалентна схемі б)

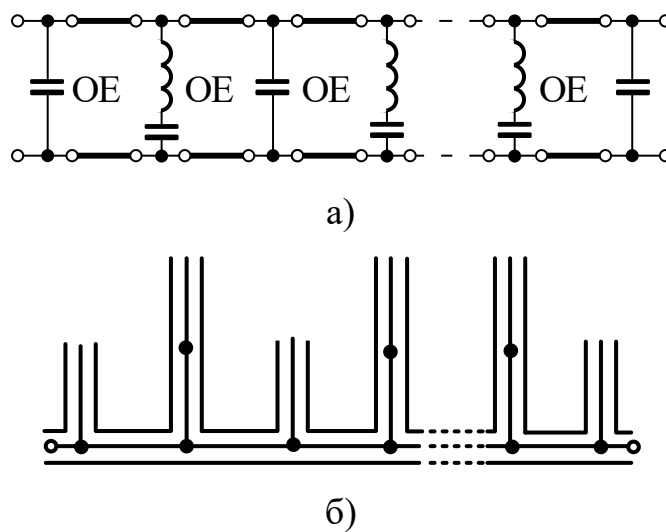


Рис. 1.3. Мідсерієсна схема:

а) символічне представлення; б) коаксіальна реалізація



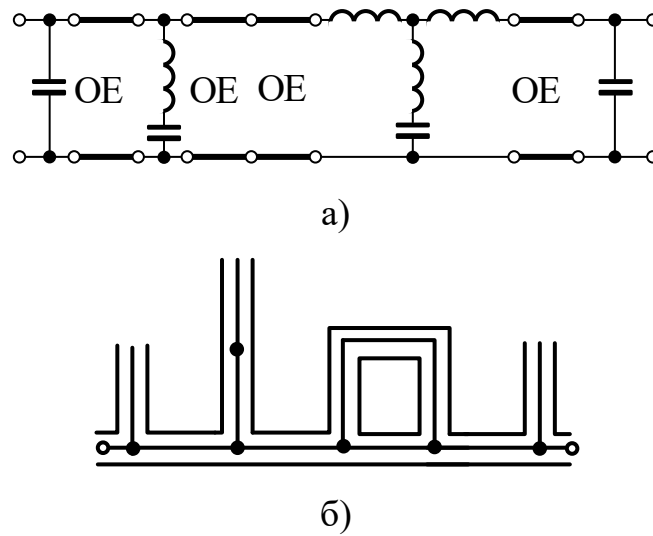


Рис. 1.4. Узагальнена мідсерієсна схема:

а) символічне уявлення; б) коаксіальна реалізація

У роботах [9,10,65-68,91-99, 101-103] описуються результати досліджень смуго-пропускаючих фільтрів на основі плавно-неоднорідних, ступінчасто-нерегулярних ліній передачі та ступінчасто-нерегулярних зв'язаних ліній передачі. При цьому характеристики окремих незв'язаних ступінчастих ліній визначаються з теорії кіл Річардса. Для проектування фільтрів на зв'язаних ступінчасто-нерегулярних лініях передачі в основу покладено аналіз частотно-залежних коефіцієнтів електричного та магнітного зв'язку резонаторів [15,27,72,].

На сьогоднішній день застосування процедури Річардса до фільтруючих систем розроблено недостатньо повно, оскільки немає аналітичних формул для визначення хвильових опорів багатоступінчастих резонаторів таких конструкцій при кількості сходинок більше шести. Крім того, через складність отримання таких формул, не досліджувалося завдання оптимізації перепадів хвильових опорів, необхідних для технічної реалізації.

Використання такого роду нерегулярних ліній передачі дозволяє досягти широкої смуги затримування у фільтрах НВЧ, але такі фільтри мають недостатню електричну міцність через стрибкоподібну зміну хвильового опору відрізків ліній, а також часто такі фільтри не можуть бути технічно реалізованими через велику

кількість ступенів і великий перепад хвильового опору. Крім того, у процедурі Річардса не враховуються найвищі типи хвиль у місцях стрибків хвильового опору. Внаслідок чого погіршується точність аналітичних розрахунків.

## **1.2 Синтез фільтруючих структур методом характеристичних параметрів**

Метод характеристичних параметрів [72,93] за своєю суттю близький до хвильового методу. Наприклад, для лінії з постійним хвильовим опором характеристичні опори з боку входу та виходу дорівнюють хвильовому опору, а характеристична постійна передачі дорівнює електричній довжині лінії. Ця обставина дозволяє при розробці фільтрів НВЧ користуватися характеристичними параметрами розподілених кіл, що розглядаються як чотириполюсники.

Метод характеристичних параметрів має низку переваг у порівнянні з іншими методами.

1. Використання методу не потребує високої кваліфікації інженерно-технічного складу.

2. Легко визначаються фільтруючі властивості як окремих ланок фільтра, так і всього пристрою в цілому. При цьому необов'язково розуміти фізичні процеси, які відбуваються у фільтрі.

3. Досвід розробки фільтрів показав, що використання методу характеристичних параметрів проводить до структури з більш низькою чутливістю амплітудно-частотної характеристики до розкиду електричних параметрів складових елементів, що спрощує технологію виробництва та, як наслідок, призводить до зниження собівартості продукції.

До недоліків методу слід зарахувати деяку надмірність елементів фільтра.

*Основні розрахункові співвідношення методу характеристичних параметрів.*

Характеристичні опори з боку входів 1 і 2 чотириполюсника

$$Z_{I1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}}, \quad Z_{I2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}}, \quad (1.2)$$

де  $A, B, C, D$  – елементи колової матриці чотириполюсника.

$$\frac{E_1}{E_2} = \sqrt{\frac{Z_{I1}}{Z_{I2}}} e^\gamma, \quad \gamma = \alpha + j\beta = \ln[\sqrt{AD} + \sqrt{BC}], \quad (1.3)$$

$\gamma$  - характеристична стала передачі;

$\alpha$ -характеристичне згасання в неперах, Нп;

$\beta$ - характеристична фаза в радіанах, рад.

Характеристичні опори розподілених кіл  $Z_{I1}, Z_{I2}$  є опорами нескінченного ланцюжка чотириполюсників [8, 10] і тому вони описуються ірраціональними та трансцендентними функціями.

Смуга пропускання фільтра визначається умовою рівності характеристичних опорів опорам навантаження фільтра, а область загасання (загородження) визначається діапазоном частот, де ця рівність порушується.

### **1.3 Універсальний наближений метод синтезу фільтрів**

Даний метод є наближеним і дозволяє з достатньою для практики точністю синтезувати всі типи фільтрів із відносною смугою пропускання близько 20%. У ряді випадків прийнятна точність забезпечується у смузі до 50%. При розрахунку фільтра використовується одна базова фільтруюча ланка. З'єднання таких ланок і утворює повноцінний фільтр. В якості базових ланок найбільш широко використовуються такі схеми [31,45,68]:

1. Напівхвильовий відрізок лінії передачі із послідовними зазорами. Часто використовується для побудови верхніх фільтрів частот. Особливо зручний при використанні коаксіальної та смужкової конструкції.

2. Чвертьхвильовий відрізок лінії передачі з послідовним ємнісним зазором на одному кінці та короткими індуктивними шлейфами на іншому кінці.

3. Напівхвильові секції розімкнених зв'язаних ліній. Найбільш легко розраховується та виготовляється у друкованому вигляді, коли відносна ширина смуги пропускання не більше 0,15. Однак його характеристика у смузі затримання та добротності резонаторів гірша, ніж у інших типів фільтрів, виконаних у смужковому або коаксіальному варіанті.

4. Напівхвильові секції зв'язаних ліній із короткозамкненими перемичками.

5. Чвертьхвильовий відрізок лінії передачі з чвертьхвильовими паралельними шлейфами на кожному кінці.

6. Коаксіальна лінія з послідовними шлейфами, виконаними всередині центрального провідника.

7. Чвертьхвильовий відрізок лінії передачі з напівхвильовими двоступінчастими паралельними шлейфами на кожному кінці.

8. Гребінчастий фільтр на основі резонаторів, довжина яких залежить від величин навантажувальних ємностей. Має широку верхню смугу затримання. Фільтр має максимально компактну структуру без діелектричних опор.

9. Фільтри із чвертьхвильовими зв'язками між резонаторами.

10. Кола із зосередженими параметрами, які використовуються для розрахунку фільтрів НВЧ із напівзосередженими елементами.

11. Хвилеводні фільтри.

12. Фільтри на основі об'ємних резонаторів.

Відмінною особливістю фільтрів з розподіленими параметрами є наявність додаткових (паразитних) смуг пропускання (затримання) через хвильові процеси, що відбуваються у фільтрі. Центральні частоти паразитних смуг пропускання виникають зазвичай, коли використовуються багаторезонансні резонатори. Паразитні смуги спричиняють появу додаткових несанкціонованих каналів прийому інформації, що знижує перешкодостійкість і перешкодозахищеність радіоелектронної апаратури [7].

В основі даного методу лежить подання смуго-пропускаючого фільтра

(СПФ) у вигляді двох схем, що містять резонатори та інвертори [13]. На рис.1.5. показано узагальнену схему СПФ, що містить інвертори опорів і резонатори послідовного типу (аналогом служить послідовний контур, в якому виникає резонанс напруг).

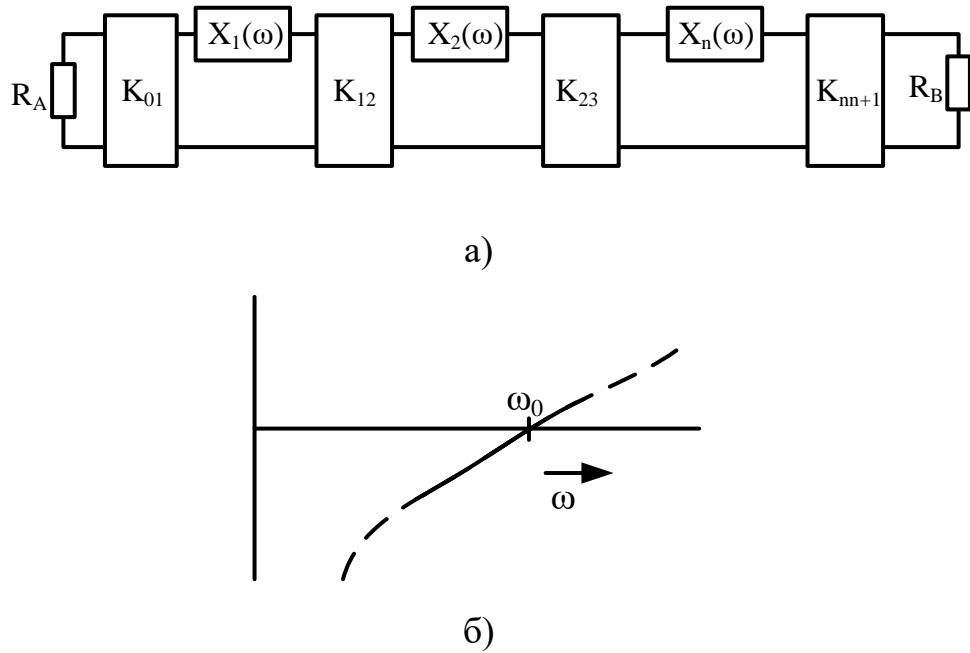


Рис. 1.5. Узагальнена схема СПФ з інверторами опорів а) та залежність реактивного опору  $j$ -го резонатора від частоти б),

$K$  – інвертори, що визначають зв'язок між резонаторами

Розрахункові формули для схеми рис. 1.5 [13]:

$$x_j = \frac{\omega_0}{2} \cdot \left. \frac{dx_j(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} ;$$

$$K_{01} = \sqrt{\frac{R_A x_1 \omega}{g_0 g_1 \omega'_1}} ;$$

$$K_{j,j+1|j=1 \div n-1} = \frac{\omega}{\omega'_1} \sqrt{\frac{x_j x_{j+1}}{g_j g_{j+1}}} ;$$

$$K_{n,n+1} = \sqrt{\frac{R_B x_n \omega}{\omega_1' g_n g_{n+1}}};$$

$$\omega = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0},$$

де  $x_j$  – параметр крутизни реактивного опору,  $\omega$  – відносна ширина смуги пропускання. Частоти  $\omega_1', \omega_0, \omega_1, \omega_2$  характеризують параметри прототипу фільтра нижніх частот (ФНЧ) [13]. Параметри  $g_0, g_1, g_2, \dots, g_{(n+1)}$  – значення елементів схеми фільтра прототипу.

На рис.1.6. показано другу узагальнену схему СПФ, що містить інвертори провідностей і резонатори паралельного типу (аналогом служить паралельний контур, в якому виникає резонанс струмів).

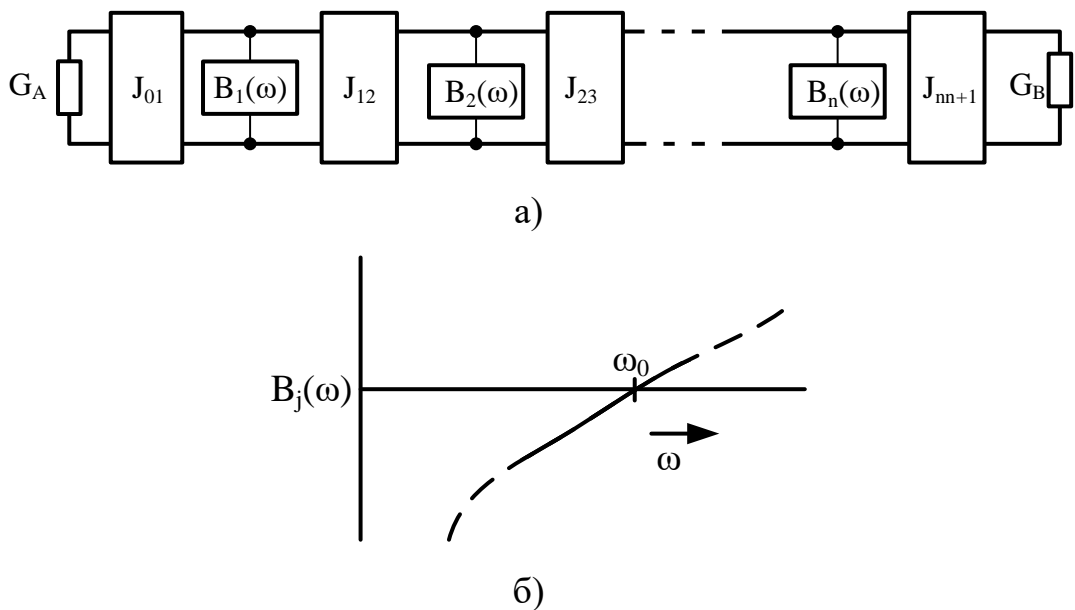


Рис. 1.6. Узагальнена схема СПФ з інверторами провідностей а) та залежність реактивної провідності  $j$ -го резонатора від частоти б),

$J$  – інвертори, що визначають зв'язок між резонаторами

Розрахункові формули у разі мають вид [13]:

$$b_j = \frac{\omega_0}{2} \cdot \left. \frac{dB_j(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} ;$$

$$J_{01} = \sqrt{\frac{G_A b_1 \omega}{g_0 g_1 \omega'_1}} ;$$

$$J_{j,j+1|j=1+n-1} = \frac{\omega}{\omega'_1} \sqrt{\frac{b_j b_{j+1}}{g_j g_{j+1}}} ;$$

$$J_{n,n+1} = \sqrt{\frac{G_B b_n \omega}{\omega'_1 g_n g_{n+1}}} ;$$

$$\omega = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} ,$$

де  $b_j$  – параметр крутизни реактивної провідності.

Типові схеми інверторів показано на рис. 1.7, 1.8

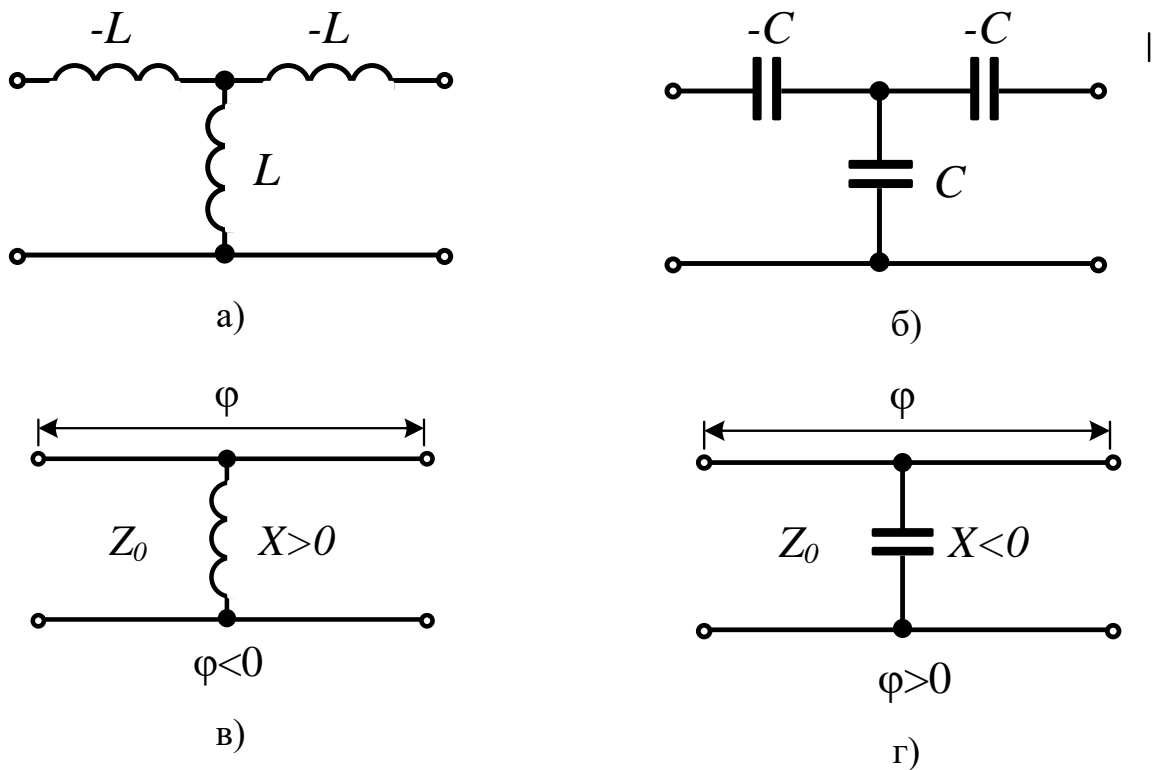
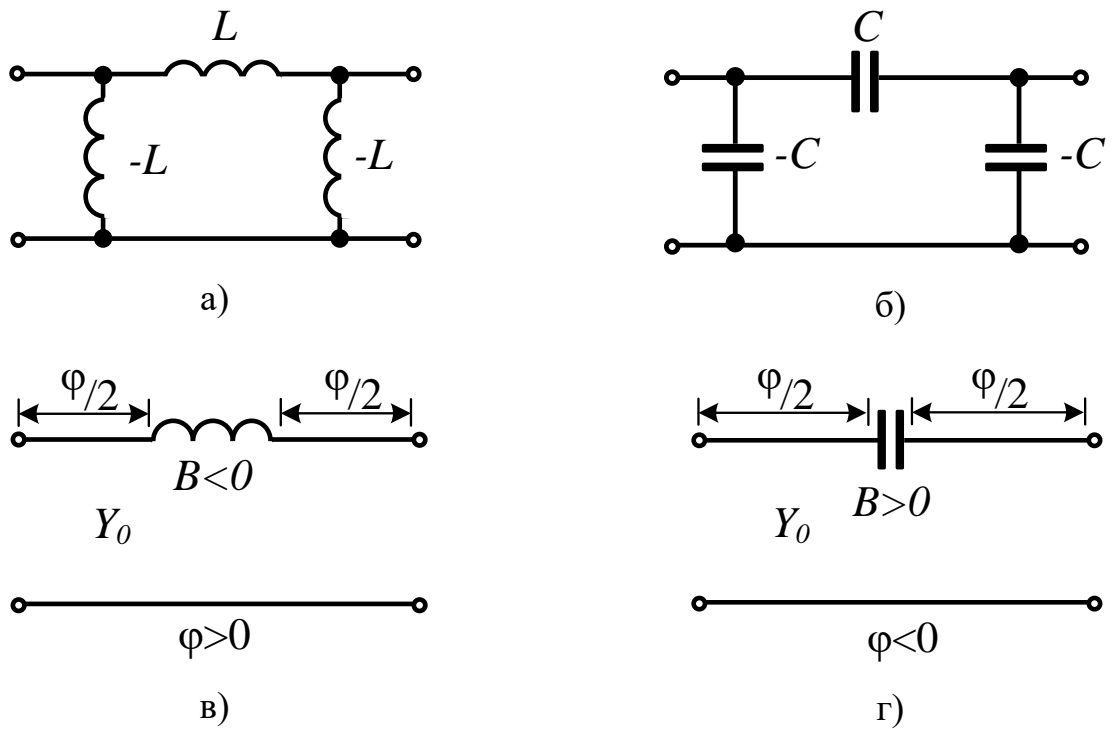


Рис. 1.7. Схеми К інверторів:

$\varphi$  – електрична довжина,  $Z_0$  – хвильовий опір лінії передачі

Рис. 1.8. Схеми  $J$  інверторів:

$Y_0$  – хвильова провідність лінії передачі

Розрахункові співвідношення для проектування інверторів наведені у [13].

#### 1.4 Чисельні методи синтезу фільтруючих пристроїв НВЧ

Під час розробки пристроїв НВЧ підвищеної складності широко використовуються чисельні методи проектування [11,26,41,83]. Аналіз існуючих методів проектування показав, що класична схема процесу розробки пристроїв складається з наступних етапів.

1. Виходячи з вихідних даних та досвіду розробки здійснюється початковий вибір конфігурації кола всього пристрою та його складових частин.

2. За відомою схемою розподіленого кола відомими методами визначаються характеристики фільтра: топологія фільтра, смуга пропускання, смуга затримання, рівень загасання в смузі пропускання та затримання, крутизна амплітудно-частотної характеристики та її загальний вигляд, фазо-частотна характеристика.



При цьому прагнуть отримати необхідні характеристики пристрою. Для цього здійснюється моделювання, аналіз та оптимізація як усього фільтра, так і його складових ланок.

3. Після того, як результати теоретичних розрахунків стали задовольняти вихідним даним, здійснюється виготовлення макета пристрою та його експериментальне дослідження. Якщо результати експерименту задовольняють технічним вимогам, процес розробки виробу припиняється. Якщо ні, то здійснюється коригування вихідних даних та технічних вимог.

Одним із центральних питань при використанні чисельних методів є складання математичної моделі розподіленого кола. При проектуванні фільтрів на основі ліній передачі такою моделлю є система телеграфних рівнянь щодо напруги та струму. Така модель справедлива при поширенні лінії хвилі ТЕМ [72] (поперечна електромагнітна хвиля). В цьому випадку при використанні машинних методів проектування використовується база даних (БД), складена на основі однорідних ліній (ліній із постійним хвильовим опором) [10].

Прикладом таких елементів БД є лінії передачі з постійними конструктивними параметрами вздовж довжини: смужкові лінії та їх модифікації, різні коаксіальні лінії, включаючи лінії зі складним поперечним перерізом, щілинні лінії [72,74]. Математичним апаратом довгих ліній можна скористатися і під час проектування хвилеводних фільтрів. І тут обов'язково слід забезпечити поширення лише одного типу хвилі.

При синтезі фільтрів найбільше часто використовується чотиріполюсна модель однорідної лінії у вигляді ланцюгової матриці, матриці опорів, матриці провідностей. Часто використовуються хвильові матриці розсіювання та передачі. Використання теорії чотиріполюсників [8,26,41] зручне при аналізі пристроїв НВЧ у тому випадку, коли аналізований пристрій можна подати у вигляді з'єднання тільки чотиріполюсників. Чотиріполюсники можуть з'єднуватися каскадно, послідовно, паралельно, змішаним способом. Залежно від способу з'єднання чотирьохполюсних елементів вибирається найзручніший тип систем параметрів.

При аналізі багатополюсних схем використовується теорія багатополюсників (шестиполюсників, восьмиполюсників тощо) [26,41]. При цьому для спрощення аналізу багатополюсної схеми слід виділяти ділянки схем, симетричних щодо горизонтальної та вертикальної площини симетрії. При проектуванні багатополюсних пристроїв, які не дозволяють спростити схему, слід використовувати результати загальної теорії багатополюсників [82], яка передбачає знання будь-якої матриці систем параметрів всіх складових елементів складної схеми, наприклад системи розсіювання матриць [10,82].

На підставі створеної математичної моделі визначається цільова функція проєктованого пристрою. У випадку синтезу фільтрів цільовою функцією є амплітудно-частотна характеристика чи близькі до неї функції. Метою використання чисельних методів є визначення параметрів кола, що варіюються в заданій області обмежень, при яких досягається максимум (або мінімум) цільової функції (тобто здійснюється оптимізація цільової функції).

З аналізу літератури, присвяченої машинним методам проєктування НВЧ пристроїв [51,52,81] впливає, що зараз найбільш широке застосування знайшли такі методи оптимізації [26]:

Розкладання цільової функції (ЦФ) у багатовимірний ряд Тейлора. Даний метод зручний для оптимізації опуклих ЦФ.

1. Метод спряжених напрямків.
2. Метод середньостепеневі апроксимації.
3. Метод мінімаксної апроксимації.
4. Методи перетворення обмежень.
5. Методи одновимірної оптимізації. Широко використовуються при багатовимірній оптимізації. До цих методів належать методи виключення, метод Фібоначчі, інтерполяційні методи та ін.
6. Методи прямого пошуку. До цих методів належать: пошук за зразком, метод Хука - Джівса, метод Пауелла, метод леза, метод обертання координат, симплексний метод. Особливістю методів є обчислення градієнта ЦФ. Кожне наступне наближення враховує попередні значення ЦФ.

7. Градієнтні методи: метод якнайшвидшого спуску, узагальнений метод Ньютона-Рафсона, метод Флетчера-Пауелла, метод найменших квадратів. Градієнтні методи під час оптимізації враховують значення похідної ЦФ.

Вибір методу оптимізації залежить від виду розв'язуваного завдання, досвіду та кваліфікації розробника. В даний час розроблено ряд програмних продуктів, призначених для розробки різних пристроїв НВЧ [81]. Зокрема, досить широко використовуються математичні середовища [11] Mathcad, Matlab, новітні програмні продукти [83] - SHF Communication Technologies AG.

### **1.5 Аналіз методів побудови пристроїв НВЧ на основі неоднорідних ліній.**

#### **Постановка задачі**

До неоднорідних ліній відносяться лінії передачі хвильовий опір яких змінюється вздовж довжини. Головною перевагою неоднорідних ліній (НЛ) перед звичайними однорідними лініями (ОЛ) є можливість реалізації необхідних характеристик рахунок зміни хвильового опору НЛ від координати. На практиці НЛ застосовуються для формування імпульсів заданої форми, трансформації імпульсів, побудови різних типів частотних фільтрів, узгодження комплексних навантажень, побудови резонаторів, розробці широкосмугових суматорів і дільників потужності. Фактично НЛ можуть застосовуватися скрізь замість ОЛ.

При цьому, якщо відома якась матриця параметрів НЛ, то розрахунок пристроїв НВЧ може бути зроблений відомими методами. В даний час в основному знайшли застосування НЛ з експоненціальним, степеневим, параболічним та гіперболічним хвильовим опором [9,10,15]. Використання даних НЛ пояснюється відомими точними рішеннями телеграфних рівнянь щодо струму і напруги, що дозволило визначити систему параметрів неоднорідної лінії, що розглядається як чотиріполюсник або багатополісник, що дозволяє використовувати при проектуванні пристроїв відомі методи класичної теорії кіл і кіл НВЧ.

Використання НЛ з іншими хвильовими опорами наштовхується на важливі проблеми, пов'язані з відсутністю точних рішень диференціальних рівнянь довгих

ліній. Тому для аналізу таких НЛ використовуються чисельні та чисельно-аналітичні методи, застосування яких дозволяє отримати лише окремі результати. Крім того, використання чисельних методів вимагає найчастіше надто великих витрат машинного часу і отримані результати мають частковий характер.

З проведеного аналізу побудови пристроїв НВЧ випливає, що використання ОЛ не дозволяє реалізувати потенціал електричних характеристик, що може бути реалізований при використанні НЛ. Зокрема, використання тільки ОЛ має такі недоліки:

1. Фільтри, побудовані на основі ОЛ, мають паразитні смуги пропускання, центральні частоти яких збігаються з частотами послідовного та (або) паралельного резонансу, що є причиною появи неробочих каналів прийому, що знижує завадостійкість та перешкодозахищеність радіотехнічних пристроїв.

2. Резонатори на основі ОЛ часто мають недостатню добротність, викликану невідповідністю хвильового опору та екстремумом добротності на заданій резонансній частоті. Ця обставина призводить до зниження крутості АЧХ і, як наслідок, додаткового збільшення кількості фільтрових ланок.

3. Зі зменшенням робочої частоти зростає час затримки резонатора на ОЛ, що призводить до збільшення довжини лінії та труднощів реалізації пристроїв на низьких частотах.

4. Використовуючи лише однорідні лінії важко чи неможливо здійснити широкосмугове узгодження комплексних навантажень.

5. Використання ОЛ при побудові різних активних пристроїв (підсилювачів, перетворювачів) не дозволяє отримати досить високі енергетичні характеристики (к.к.д., коефіцієнт посилення, коефіцієнт перетворення частоти для перетворювачів, необхідний робочий діапазон частот). Причиною цього є заздалегідь відомі характеристики лінії, які наперед визначають характеристики проектного пристрою.

Усунути зазначені недоліки можна використовуючи замість ОЛ неоднорідні лінії (НЛ). До неоднорідних ліній відносяться лінії передачі з хвильовим опором, що змінюється по довжині. У цьому електричні властивості НЛ залежить від

характеру зміни хвильового опору. Завданням проектування пристроїв на НЛ є визначення хвильового опору, для якого характеристики пристрою будуть найкращими. Наприклад, при заданих комплексних навантаженнях та заданій схемі узгодження можна підібрати таку залежність хвильового опору від довжини, за якої реалізується максимальна смуга узгодження.

Зазвичай завдання визначення необхідного хвильового опору  $W(\tau)$ , де  $\tau$  – поточний час затримки, вирішується в наступній послідовності: виходячи з фізичних міркувань і досвіду розробки складається схема пристрою. Найпростіша схема складається з однієї НЛ. Для даної схеми виходячи з умов завдання знаходиться необхідний хвильовий опір. Якщо характеристики пристрою не задовольняють вихідним даним, то розподілена схема ускладнюється. Як приклад можна взяти схему двох НЛ з хвильовими опорами  $W_1(\tau)$ ,  $W_2(\tau)$ , з'єднаних будь-яким чином. Процес повторюється до того часу, доки отримаємо прийнятні результати. Якщо потрібні характеристики пристрою отримати не вдається, то необхідно скоригувати вихідні дані.

Найбільш широко при побудові пристроїв фільтрації та узгодження на сьогоdnішній день використовуються ступінчасто-неоднорідні лінії з однаковими часами затримки, які відносяться до класу кіл Річардса стрижневої структури (каскадного типу) [33,60,76] та були розглянуті у розділі 1.1.

Аналіз характеристик НЛ, для яких відомі точні рішення телеграфних рівнянь, показує, що для реалізації потенційних властивостей НЛ слід розширити елементну базу НЛ. Проте загальних точних аналітичних методів розв'язання цього завдання немає.

У запропонованій роботі вирішується завдання розширення класу НЛ для яких можна отримати точні рішення для елементів матриці опорів (провідностей). На основі отриманих результатів синтезовані розподілені фільтри на неоднорідних лініях з характеристиками, що перевершують існуючі аналоги.

## **Висновки до розділу 1**

1. На підставі огляду літератури здійснено аналіз стану та перспектив розробки розподілених фільтруючих структур на неоднорідних лініях передачі. Показано, що в даний час при проектуванні пасивних пристроїв НВЧ переважно використовуються однорідні відрізки ліній передачі, що в ряді випадків не дозволяє покращити електричні характеристики фільтруючих пристроїв. Ця обставина є перешкодою для подальшого поліпшення характеристик різних пристроїв радіотехніки.

2. Показано, що для поліпшення характеристик пасивних пристроїв НВЧ як базовий елемент доцільно використовувати неоднорідні лінії, в яких хвильовий опір залежить від поточної довжини. При цьому поліпшення показників пристроїв досягається підбором закону зміни хвильового опору.

3. Основною перешкодою використання НЛ є неможливість отримання в загальному випадку точних розв'язків телеграфних рівнянь, що не дозволяє визначити параметри НЛ як чотириполосника.

4. Поставлено завдання дослідження.

## РОЗДІЛ 2

### ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ НЕОДНОРІДНОЇ ЛІНІЇ

#### 2.1 Основні відомості теорії неоднорідних ліній

Сучасна теорія синтезу неоднорідних ліній полягає в узагальненні різних результатів математичної теорії зворотних спектральних задач [20,28-29,36,57,90], застосування яких для побудови розподілених кіл (довгих ліній) викладено в [10]. Нижче викладені результати та логістика отримання формул, необхідні для визначення різних параметрів неоднорідних ліній.

Як показано в теорії неоднорідних ліній [10] процеси в них описуються системою телеграфних рівнянь:

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = R(x)i(x,t) + L(x)\frac{\partial i(x,t)}{\partial t}, \quad -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G(x)u(x,t) + C(x)\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}, \quad (2.1)$$

де  $u(x,t), i(x,t)$  - миттєві значення напруги та струму, параметри  $R, L, C, G$  є відповідно розподіленими опором, індуктивністю, ємністю та провідністю.

Відрізок лінії передачі зазвичай включається як проміжна ланка між джерелом та навантаженням. Тому при реалізації лінії втрати енергії намагаються зробити якнайменшими:  $\omega L(x) \gg R(x), \omega C(x) \gg G(x)$ , де  $\omega$  - кругова частота. У цьому випадку рівняння (2.1) набудуть вигляду:

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = L(x)\frac{\partial i(x,t)}{\partial t}, \quad -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = C(x)\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}. \quad (2.2)$$

Якщо замість координати  $x$  ввести час поширення фронту хвилі  $\tau$  від початку лінії до точки з координатою  $x$ :

$$\tau = \int_0^x \frac{dy}{v(y)}, \quad (2.3)$$

де  $v(y) = \frac{1}{\sqrt{L(y)C(y)}}$  - швидкість поширення фронту хвилі в лінії довжиною  $x$ .

У цьому випадку рівняння (2.2) перетворюються до вигляду [10]:

$$-\frac{\partial u(\tau, t)}{\partial \tau} = W(\tau) \frac{\partial i(\tau, t)}{\partial t}, \quad -\frac{\partial i(\tau, t)}{\partial \tau} = \frac{1}{W(\tau)} \frac{\partial u(\tau, t)}{\partial t}, \quad (2.4)$$

де  $W(\tau) = \sqrt{L(\tau)/C(\tau)}$  - хвильовий опір лінії.

Звідси знаходимо рівняння відносно напруги та струму в лінії:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} - \frac{1}{W(\tau)} \frac{\partial W(\tau)}{\partial \tau} \frac{\partial u}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 i}{\partial \tau^2} + \frac{1}{W(\tau)} \frac{\partial W(\tau)}{\partial \tau} \frac{\partial i}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = 0. \quad (2.5)$$

Рівняння (2.5) є рівняннями гіперболічного типу, і кожне з них має два незалежні рішення. Кожному з рішень може бути поставлена у відповідність пряма (падаюча) та зворотна (відбита) хвиля.

Застосовуючи до (2.5) перетворення Лапласа за нульових початкових умов, отримуємо:

$$\bar{u}'' - \frac{W'}{W} \bar{u}' - p^2 \bar{u} = 0; \quad \bar{i}'' + \frac{W'}{W} \bar{i}' - p^2 \bar{i} = 0, \quad (2.6)$$

де знак штрих означає диференціювання по  $\tau$ , а  $\bar{u}, \bar{i}$  - зображення напруги та струму,  $p$  - комплексна частотна змінна.

У теорії НЛ зміна фронту хвилі напруги вздовж лінії характеризується коефіцієнтом трансформації:

$$K(\tau) = \sqrt{\frac{W(\tau)}{W(0)}}. \quad (2.7)$$



Аналогічно записується коефіцієнт трансформації фронту хвилі струму

$$K_i(\tau) = \frac{1}{K(\tau)} = \sqrt{\frac{W(0)}{W(\tau)}}. \quad (2.8)$$

Введемо поняття нормованої напруги та струму, як відношення миттєвої напруги (струму) до коефіцієнта трансформації:

$$U = u / K = u \sqrt{W(0)/W(\tau)}; \quad I = i / K_i = i \sqrt{W(\tau)/W(0)}. \quad (2.9)$$

В результаті рівняння (2.5), (2.6) перетворюються до вигляду:

$$\begin{aligned} U'' - (N^2 - N')U - \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} &= 0; \quad I'' - (N^2 + N')I - \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = 0; \\ \bar{U}'' - [p^2 + (N^2 - N')]\bar{U} &= 0; \quad \bar{I}'' - [p^2 + (N^2 + N')]\bar{I} = 0, \end{aligned} \quad (2.10)$$

де  $N = \frac{W'}{2W}$  – функція перепаду хвильового опору. Оскільки  $\frac{W'}{2W} = \frac{K'}{K}$ , то функція перепаду характеризує відносну швидкість зміни коефіцієнта трансформації вздовж лінії.

Щоб отримати диференційні рівняння для вхідного опору та вхідної провідності, застосуємо перетворення Лапласа за нульових початкових умов до рівнянь (2.4). В результаті чого отримаємо:

$$-\bar{u}' = pW\bar{i}; \quad -\bar{i}' = p\frac{1}{W}\bar{u}. \quad (2.11)$$

Звідки знаходимо вхідний опір лінії

$$z_{\text{ex}} = \frac{\bar{u}}{\bar{i}} = -\frac{1}{p}W\frac{\bar{i}'}{\bar{i}} = -pW\frac{\bar{u}}{\bar{u}'}. \quad (2.12)$$

Надалі нам часто доведеться оперувати з нормованим значенням вхідного опору (тобто значенням вхідного опору в цьому перерізі лінії, у відношенні до хвильового опору в цьому перерізі):

$$Z(p, \tau) = \frac{z_{ex}(p, \tau)}{W(\tau)}. \quad (2.13)$$

Виражаючи нормований вхідний опір через нормовану напругу та струм, отримуємо:

$$Z = -p \frac{\bar{U}}{\bar{U}' + N\bar{U}}. \quad (2.14)$$

Друге рівняння (2.6) можна перетворити до вигляду:

$$\left(\frac{\bar{i}'}{\bar{i}}\right)' + \left(\frac{\bar{i}'}{\bar{i}}\right)^2 + \frac{Z'_g}{Z_g} \left(\frac{\bar{i}'}{\bar{i}}\right) - p^2 = 0. \quad (2.15)$$

Тоді з урахуванням співвідношень (2.15), (2.16) маємо:

$$Z' + 2NZ - pZ^2 + p = 0. \quad (2.16)$$

Рівняння для вхідної провідності можна отримати з виразу (2.19), замінюючи  $Z(\tau) = 1/Y(\tau)$  де  $Y = Z_g(\tau)/Z(\tau)$ . Після заміни маємо:

$$Y' - 2NY - pY^2 + p = 0, \quad Z = -\frac{\bar{I}' - N\bar{I}}{p\bar{I}}. \quad (2.17)$$

Вхідний опір та вхідна провідність неоднорідної лінії є функціями двох змінних  $p$  і  $\tau$ . Надалі для стислості аргументи функцій  $Z$  і  $Y$  і вказуватися не будуть, в інших випадках буде вказуватися лише той із них, залежність від якого важливо підкреслити.

Рівняння (2.16) і (2.17) відносяться до рівнянь типу Ріккати і при довільній функції  $N$  розв'язання цих рівнянь у квадратурах не може бути отримано. Проте, якщо відомо часткове рішення, то загальне рішення завжди можна знайти.

## 2.2 Визначення хвильового опору лінії при зміщенні нуля або полюса вхідного опору

Розглянемо рівняння (2.10) для нормованої напруги та струму. Вводячи позначення

$$N^2 - N' = q(\tau); \quad N^2 + N' = s(\tau), \quad N = \frac{W'(\tau)}{2W(\tau)}, \quad (2.18)$$

отримуємо рівняння у формі Штурма-Ліувіля [36]:

$$\bar{U}'' - [p^2 + q(\tau)]\bar{U} = 0; \quad \bar{I}'' - [p^2 + s(\tau)]\bar{I} = 0. \quad (2.19)$$

У роботі [10] показано, що спираючись на результати зворотної спектральної задачі Штурма-Ліувіля, можна за вхідним опором для прямої хвилі лінії визначити її хвильовий опір. Для цього необхідно визначити оригінал  $\phi(t)$  від  $(Z-1)p$ . Далі будується функція:

$$f(\tau, y) = \frac{1}{2}[\phi(\tau + y) + \phi(\tau - y)] \cdot 1(\tau - y) + \frac{1}{2}[\phi(y + \tau) + \phi(y - \tau)] \cdot 1(y - \tau), \quad (2.20)$$

яка є ядром рівняння Фредгольма

$$f(\tau, y) + \int_0^\tau K(\tau, s)f(y, s)ds + K(\tau, y) = 0, \quad y < \tau. \quad (2.21)$$

З рішення рівняння (2.21) визначаємо функцію  $K(\tau, y)$  та знаходимо хвильовий опір [29]

$$W(\tau) = W(0) \frac{1}{\left[ 1 + \int_0^\tau K(\tau, t) dt \right]^2}. \quad (2.22)$$

У нашому випадку при зміщенні нуля навантаженої однорідної лінії з хвильовим опором  $W_0$  і опором навантаження  $R_0$  з положення  $p_0^0$  в положення  $\mu_0^0$  вхідний опір НЛ можна подати у вигляді ( $t$  - час затримки лінії):

$$z = W_0 \frac{R_0 chpt + W_0 shpt}{W_0 chpt + R_0 shpt} \frac{p - \mu_0^0}{p - p_0^0}, \quad (2.23)$$

Переходячи до межі  $t \rightarrow \infty$  при знаходимо нормований опір для прямої хвилі

$$Z = \frac{z}{W(0)} = \frac{z}{W_0} = \frac{p - \mu_0^0}{p - p_0^0} = \left( 1 + \frac{p_0^0 - \mu_0^0}{p - p_0^0} \right). \quad (2.24)$$

Відповідно до (2.20) знаходимо

$$f(\tau, y) = ae^{-b\tau} chby \cdot 1(\tau - y) + ae^{-by} chb\tau \cdot 1(y - \tau), \quad (2.25)$$

де  $1(x)$  - функція Хевісайда,  $a = p_0^0 - \mu_0^0$ ,  $b = -p_0^0$ .

Враховуючи (2.25), отримаємо рівняння Фредгольма (2.21) у такому вигляді:

$$K(\tau, y) + ae^{-by} \int_0^y K(\tau, s) chbs ds - achby \int_0^y K(\tau, s) e^{-bs} ds + achby \left( e^{-b\tau} + \int_0^y K(\tau, s) e^{-bs} ds \right) = 0 \quad (2.26)$$

Аналіз цього рівняння показує, що його ядро є виродженим, тобто воно представляється у вигляді добутку двох функцій різних змінних. Тому і його рішення також можна подати у вигляді добутку двох функцій [36]. В цьому випадку

$$achby \left( e^{-b\tau} + A_1(\tau) \int_0^y A_2(s) e^{-bs} ds \right) - A_1(\tau) \left( achby \int_0^y A_2(s) e^{-bs} ds - ae^{-by} \int_0^y A_2(s) chbs ds - A_2(y) \right) = 0.$$

Звідси маємо систему рівнянь щодо  $A_1(\tau), A_2(y)$ :

$$achby = achby \int_0^y A_2(s) e^{-bs} ds - ae^{-by} \int_0^y A_2(s) chbs ds - A_2(y),$$

$$A_1(\tau) = e^{-b\tau} + A_1(\tau) \int_0^y A_2(s) e^{-bs} ds.$$

З рішення даної системи рівнянь знаходимо  $A_1(\tau), A_2(y)$  і підставляємо отримані результати в  $K(\tau, y) = A_1(\tau)A_2(y)$ :

$$K(\tau, y) = \frac{-abch\sqrt{b(a+b)}y}{\sqrt{b(a+b)}sh\sqrt{b(a+b)}\tau + bch\sqrt{b(a+b)}\tau}. \quad (2.27)$$

Даному ядру, як випливає з (2.22) відповідає хвильовий опір неоднорідної лінії передачі:

$$W(\tau) = W(0) \left[ \frac{1 + \frac{\sqrt{b(a+b)}}{b} \operatorname{th} \sqrt{b(a+b)} \tau}{1 + \frac{b}{\sqrt{b(a+b)}} \operatorname{th} \sqrt{b(a+b)} \tau} \right]^2. \quad (2.28)$$

### 2.3 Визначення вхідного опору навантаженої лінії

Для знаходження вхідного опору треба знати рішення для напруги чи струму лінії з урахуванням навантаження. Для цього визначимо окреме рішення рівняння щодо нормованої напруги

$$\bar{U}'' - [p^2 + q(\tau)] \bar{U} = 0 \quad (2.29)$$

частковим рішення якого є функція [7,8]:

$$\bar{U}_2(p, \tau) = chp\tau + \int_0^\tau K(\tau, t) chpt dt. \quad (2.30)$$

Підставивши сюди  $K(\tau, y)$ , отримаємо:

$$\begin{aligned} \bar{U}_2(p, \tau) &= chp\tau + \int_0^\tau \frac{-abch\sqrt{b(a+b)}t}{\sqrt{b(a+b)}sh\sqrt{b(a+b)}\tau + bch\sqrt{b(a+b)}\tau} chpt dt = \\ &= chp\tau - \frac{ab(p-q)e^{2\tau(q+p)} + q-p + e^{2p\tau}(q+p) - e^{2q\tau}(q+p)}{4(p^2 - q^2)(qshq\tau + bchq\tau)} \times e^{(-\tau)(q+p)}, \quad (2.31) \end{aligned}$$

$$q = \sqrt{b(a+b)}$$

Ненормоване часткове рішення для напруги:

$$u_2(p, \tau) = \bar{U}_2(p, \tau) \sqrt{\frac{W(\tau)}{W(0)}}. \quad (2.32)$$

Загальне рішення для ненормованої напруги можна подати у вигляді [36]:

$$u_1(p, \tau) = Au_2(p, \tau) + Bu_2(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds. \quad (2.33)$$

Вважатимемо, що навантаження включене в точці  $\tau=0$ . Тоді з (2.33) випливає, що  $u_1(p, 0) = Au_2(p, 0) = A\bar{U}_2(p, 0) = A$  і

$$\begin{aligned} u_1'(p, \tau) &= Au_2'(p, \tau) + B \frac{d}{d\tau} \left( u_2(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds \right) = \\ &= Au_2'(p, \tau) + B \left( u_2'(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds + \frac{W(\tau)}{u_2(p, \tau)} \right). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Виходячи з того, що

$$u_2'(p, \tau) = \frac{d}{d\tau} \left( \bar{U}_2(p, \tau) \sqrt{\frac{W(\tau)}{W(0)}} \right) = \bar{U}_2'(p, \tau) \sqrt{\frac{W(\tau)}{W(0)}} + \bar{U}_2(p, \tau) \frac{1}{\sqrt{W(0)}} \cdot \frac{W'(\tau)}{2\sqrt{W(\tau)}} \quad (2.35)$$

маємо

$$u_2'(p, 0) = \bar{U}_2'(p, 0) + \bar{U}_2(p, 0) \frac{W'(0)}{2W(0)} = K(0, 0) + \frac{W'(0)}{2W(0)}. \quad (2.37)$$

Звідси знаходимо:

$$u'_1(p, 0) = Au'_2(p, 0) + BW(0) = A(K(0, 0) + N(0)) + BW(0). \quad (2.38)$$

Як було показано вище, вхідний опір лінії в довільних точках  $\tau$  визначається рівнянням:

$$z(p, \tau) = -pW(\tau) \frac{u_1(p, \tau)}{u'_1(p, \tau)} \quad (2.39)$$

і при  $\tau=0$  повинен дорівнювати опору навантаження  $z_H$

$$z_H = z(0) = \frac{-pW(0)A}{A(K(0, 0) + N(0)) + BW(0)} = \frac{-pW(0)}{(K(0, 0) + N(0)) + \frac{B}{A}W(0)}. \quad (2.40)$$

При цьому вхідний опір спочатку лінії визначається при  $\tau=-t$ , де  $t$  - час затримки лінії і дорівнює  $z(p, -t)$ .

З останньої рівності випливає, що відношення  $\frac{B}{A}$  визначається співвідношенням:

$$\frac{B}{A} = \frac{-pW(0) - z_H(K(0, 0) + N(0))}{W(0)z_H}. \quad (2.41)$$

Таким чином, вхідний опір навантаженої лінії визначається виразом:

$$z(p, \tau) = -pW(\tau) \frac{u_1(p, \tau)}{u'_1(p, \tau)} = -pW(\tau) \frac{Au_2(p, \tau) + Bu_2(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds}{Au'_2(p, \tau) + B \left( u'_2(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds + W(\tau) \right)}. \quad (2.42)$$



Поділивши чисельник та знаменник на  $A$ , отримаємо:

$$z(p, \tau) = -pW(\tau) \frac{u_2(p, \tau) + \frac{B}{A} u_2(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds}{u_2'(p, \tau) + \frac{B}{A} \left( u_2'(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds + W(\tau) \right)}, \quad -t \leq \tau \leq 0. \quad (2.43)$$

## 2.4 Визначення характеристичних параметрів лінії

Одним із способів визначення характеристичних параметрів чотирьохполюсників є використання його елементів матриць опорів та провідностей [5,6]. При цьому характеристичний опір з боку затискачів 1-1 та 2-2 відповідно дорівнюють:

$$ZI_1 = \sqrt{\frac{z_{11}}{y_{11}}}, \quad ZI_2 = \sqrt{\frac{z_{22}}{y_{22}}} \quad (2.44)$$

Для кіл без втрат елементи  $z_{11}, z_{22}, y_{11}, y_{22}$  є уявними, тобто їх можна подати у вигляді

$$z_{11} = j(X_{oc})_1, \quad y_{11} = \frac{1}{j(X_{sc})_1}, \quad z_{22} = j(X_{oc})_2, \quad y_{22} = \frac{1}{j(X_{sc})_2}. \quad (2.45)$$

Звідси випливає, що характеристичні опори та характерна постійна передачі  $\gamma$ :

$$ZI_1 = \sqrt{-(X_{oc})_1(X_{sc})_1}, \quad ZI_2 = \sqrt{-(X_{oc})_2(X_{sc})_2}, \quad (2.46)$$

$$\gamma = a + j\beta = \text{Arcth} \sqrt{z_{11}y_{11}} = \text{Arcth} \sqrt{\frac{(X_{oc})_1}{(X_{sc})_1}} + jn\pi.$$

Елемент  $z_{11}$  є вхідним опором лінії з боку вхідних затискачів 1-1 за умови, що вихідні затискачі 2-2 розімкнуті, що відповідає  $z_H = \infty$ . Звідси слідує що

$$\frac{B}{A} = \frac{-(K(0,0) + N(0))}{W(0)} \quad (2.47)$$

і елемент

$$z_{11}(p, \tau) = -pW(\tau) \frac{u_2(p, \tau) + \frac{B}{A} u_2(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds}{u_2'(p, \tau) + \frac{B}{A} \left( u_2'(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds + W(\tau) \right)}, \quad -t \leq \tau \leq 0. \quad (2.48)$$

При  $z_H = 0$  відношення  $\frac{B}{A} = -pW(0)$ . Відповідно

$$\frac{1}{y_{11}(\tau)} = -pW(\tau) \frac{u_2(p, \tau) - pW(0)u_2(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds}{u_2'(p, \tau) - pW(0) \left( u_2'(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds + W(\tau) \right)}, \quad -t \leq \tau \leq 0. \quad (2.49)$$

Визначимо характеристичні параметри деяких неоднорідних ліній.

1. Хвильовий опір дорівнює (2.28):

$$W(\tau) = W(0) \left[ \frac{1 + \frac{\sqrt{b(a+b)}}{b} th \sqrt{b(a+b)} \tau}{1 + \frac{b}{\sqrt{b(a+b)}} th \sqrt{b(a+b)} \tau} \right]^2. \quad (2.50)$$

У цьому випадку слід скористатися одержаними вище співвідношеннями (2.27, 2.31, 2.48, 2.49).

## 2. Хвильовий опір виду

$$W(\tau) = \frac{W_0}{ch^2 a \tau} \quad (2.51)$$

Позначимо через  $u_2(p, \tau)$  окреме рішення рівняння щодо напруги

$$\bar{u}'' - \frac{W'}{W} \bar{u}' - p^2 \bar{u} = 0$$

при граничних умовах  $u_2(0) = 1, u_2'(0) = 0$ . Тоді загальне рішення подається у вигляді [10]:

$$u_1(p, \tau) = Au_2(p, \tau) + Bu_2(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds \quad (2.52)$$

Константи  $A$  та  $B$  визначаються граничними умовами, які зумовлюються навантаженням лінії.

Звідси знаходимо

$$\begin{aligned} u_1'(p, \tau) &= Au_2'(p, \tau) + B \frac{d}{d\tau} \left( u_2(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds \right) = \\ &= Au_2'(p, \tau) + B \left( u_2'(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds + \frac{W(\tau)}{u_2(p, \tau)} \right). \end{aligned} \quad (2.53)$$

В [10] показано, якщо лінія замкнута при  $\tau = t$ , то при граничних умовах, що впливають з (2.53),

$$u_1(p, 0) = A, u_1'(p, 0) = BW(0) \quad (2.54)$$

і провідність лінії дорівнює:

$$y_{11} = \frac{1}{p \int_0^t \frac{W(s)}{u_2^2(p,s)} ds}. \quad (2.55)$$

Знайдемо вхідний опір розімкнутої у точці  $\tau = t$  лінії (тобто елемент  $z_{11}$  матриці опорів неоднорідної лінії). Часткове рішення залишаємо тим самим  $u_2(p, \tau)$ .

Скористаємося виразом для вхідного опору (2.12), який у нашому випадку (2.54) набуде вигляду

$$z_{11} = -pW(0) \frac{\bar{u}_1(0)}{\bar{u}'_1} = -p \frac{A}{B}. \quad (2.56)$$

Для визначення елемента  $z_{11}$  припустимо, що в точці  $\tau = t$  лінія розімкнена, тобто струм дорівнює нулю. В цьому випадку:

$$u'_1(p, t) = 0 \quad (2.57)$$

і, враховуючи (2.53), знаходимо

$$Au'_2(p, t) + B \left( u'_2(p, t) \int_0^t \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds + \frac{W(t)}{u_2(p, t)} \right) = 0. \quad (2.58)$$

Звідки знаходимо відношення

$$\frac{A}{B} = \frac{- \left( u'_2(p, t) \int_0^t \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds + \frac{W(t)}{u_2(p, t)} \right)}{u'_2(p, t)}.$$

Таким чином елемент

$$z_{11} = -pW(0) \frac{\bar{u}_1(0)}{\bar{u}'_1} = p \frac{\left( u'_2(p,t) \int_0^t \frac{W(s)}{u_2^2(p,s)} ds + \frac{W(t)}{u_2(p,t)} \right)}{u'_2(p,t)}. \quad (2.59)$$

Для хвильового опору  $W(\tau) = \frac{W_0}{ch^2 a \tau}$  часткове рішення [9]

$$u_2(p, \tau) = \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2} \tau}{chat}, \quad (2.60)$$

що задовольняє граничну умову  $u_2(0) = 1$ ,  $u'_2(0) = 0$ . Тому елемент  $z_{11}$  визначається (2.59), де

$$u_2(p, t) = \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2} t}{chat},$$

$$u'_2(p, t) = \frac{\sqrt{p^2 + a^2} sh\sqrt{p^2 + a^2} t}{chat} - \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2} t \cdot shat \cdot a}{ch^2 at},$$

$$\int_0^t \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds = \frac{W_0}{\sqrt{p^2 + a^2}} th\sqrt{p^2 + a^2} t,$$

$$\frac{W(t)}{u_2(p, t)} = \frac{W_0}{chat \cdot ch\sqrt{p^2 + a^2} t}.$$

Елемент  $y_{11}$  є величиною зворотною вхідному опору замкнутої на виході лінії передачі

$$y_{11} = \frac{1}{p \int_0^t \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds} = \frac{\sqrt{p^2 + a^2}}{pW_0 th\sqrt{p^2 + a^2} t}.$$

Загальне рішення для напруги та струму набуває вигляду:

$$\begin{aligned}
 u_1(p, \tau) &= Au_2(p, \tau) + Bu_2(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds = \\
 &= A \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2}\tau}{cha\tau} + B \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2}\tau}{cha\tau} \int_0^\tau \frac{\frac{W_0}{ch^2as}}{\frac{ch^2\sqrt{p^2 + a^2}s}{ch^2as}} ds = \\
 &= A \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2}\tau}{cha\tau} + B \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2}\tau}{cha\tau} \int_0^\tau \frac{W_0}{ch^2\sqrt{p^2 + a^2}s} ds = \\
 &= \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2}\tau}{cha\tau} \left( A + BW_0 \int_0^\tau \frac{1}{ch^2\sqrt{p^2 + a^2}s} ds \right) = \\
 &= \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2}\tau}{cha\tau} \left( A + BW_0 \left( \frac{th\sqrt{p^2 + a^2}\tau}{\sqrt{p^2 + a^2}} \right) \right)
 \end{aligned}$$

З (2.11) знаходимо загальне рішення для струму

$$-\bar{u}' = pW\bar{i}, \bar{i} = \frac{-\bar{u}'}{pW}$$

$$\bar{i} = \frac{-1}{pW(\tau)} \left[ \begin{aligned} &\left[ W_0 sh\sqrt{p^2 + a^2}\tau th\sqrt{p^2 + a^2}\tau \frac{1}{cha\tau} + W_0 ch\sqrt{p^2 + a^2}\tau \frac{1 - th^2\sqrt{p^2 + a^2}\tau}{cha\tau} - \right. \\ &\left. - W_0 ch\sqrt{p^2 + a^2}\tau \frac{th\sqrt{p^2 + a^2}\tau \cdot a \cdot sha\tau}{\sqrt{p^2 + a^2} ch^2 a \tau} \right] \cdot B + \\ &\left. + \left[ sh\sqrt{p^2 + a^2}\tau \frac{\sqrt{p^2 + a^2}}{cha\tau} - \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2}\tau \cdot a \cdot sha\tau}{ch^2 a \tau} \right] \cdot A \right]
 \end{aligned}$$

При визначенні характеристичного опору з боку вихідних затискачів 2-2 вхід та вихід лінії слід поміняти місцями, рис. 2.1.

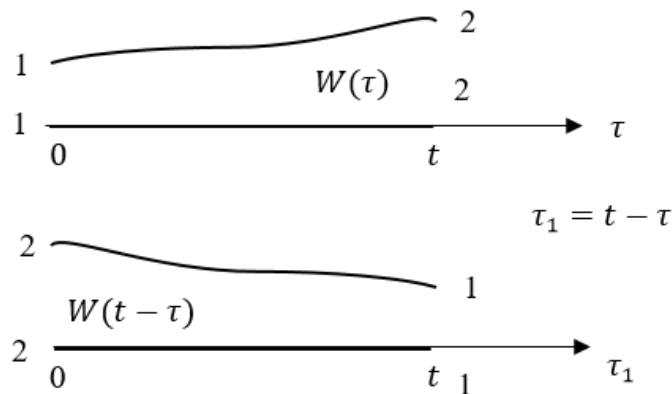


Рис.2.1. Визначення характеристичних параметрів з боку вихідних затискачів

Тоді рівняння щодо напруги набуде вигляду (диференціювання здійснюється по  $\tau$ ):

$$\bar{u}''(\tau) - \frac{W'(t-\tau)}{W(t-\tau)} \bar{u}'(\tau) - p^2 \bar{u}(\tau) = 0 \quad (2.61)$$

Ведемо нову змінну  $\tau_1 = t - \tau$ . Враховуючи що

$$\frac{du}{d\tau_1} = \frac{du}{d\tau} \frac{d\tau}{d\tau_1} = -\frac{du}{d\tau}, \quad \frac{d^2u}{d\tau_1^2} = \frac{d}{d\tau} \frac{d\tau}{d\tau_1} \left( -\frac{du}{d\tau} \right) = \frac{d^2u}{d\tau^2}$$

перепишемо рівняння (2.61) (диференціювання здійснюється за  $\tau_1$ ):

$$\bar{u}''(\tau_1) - \frac{W'(\tau_1)}{W(\tau_1)} \bar{u}'(\tau_1) - p^2 \bar{u}(\tau_1) = 0. \quad (2.62)$$

Враховуючи, що диференціальні рівняння (2.61), 1.62) мають однаковий

вигляд, можемо одразу записати рішення щодо змінної  $\tau_1$  и  $\tau$ :

$$W(\tau) = \frac{W_0}{ch^2 a \tau_1} = \frac{W_0}{ch^2 a (t - \tau)}, \quad (2.63)$$

$$u_2(p, \tau) = \frac{ch \sqrt{p^2 + a^2} \tau_1}{cha \tau_1} = \frac{ch \sqrt{p^2 + a^2} (t - \tau)}{cha (t - \tau)}, \quad (2.64)$$

Знайдемо граничні умови для  $u_2(p, \tau)$ . Для цього знаходимо

$$\begin{aligned} \frac{du_2(p, \tau)}{d\tau} &= \frac{-\sqrt{p^2 + a^2} sh(\sqrt{p^2 + a^2} (t - \tau))}{cha (t - \tau)} \\ &+ \frac{ch(\sqrt{p^2 + a^2} (t - \tau)) \cdot a \cdot sha(t - \tau)}{ch^2 a (t - \tau)} \end{aligned}$$

Граничні умови при  $\tau = 0$ :

$$u_2(p, 0) = \frac{ch \sqrt{p^2 + a^2} t}{chat}, \quad (2.65)$$

$$u_2'(p, 0) = \frac{-\sqrt{p^2 + a^2} sh \sqrt{p^2 + a^2} t}{chat} + \frac{ch \sqrt{p^2 + a^2} t \cdot a \cdot shat}{ch^2 at} \quad (2.66)$$

Для визначення елемента  $y_{22}$  побудуємо рішення  $u_3$  рівняння (2.61), що задовольняє умові:

$$u_3(p, 0) = 1 \quad u_3'(p, 0) = 0 \quad (2.67)$$



Для цього представимо його у вигляді (2.52):

$$u_3(p, \tau) = Au_2(p, \tau) + Bu_2(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds, \quad (2.68)$$

де

$$W(\tau) = \frac{W_0}{ch^2 a \tau_1} = \frac{W_0}{ch^2 a (t - \tau)}, \quad (2.69)$$

$$\begin{aligned} u_3'(p, \tau) &= Au_2'(p, \tau) + B \frac{d}{d\tau} \left( u_2(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds \right) = \\ &= Au_2'(p, \tau) + B \left( u_2'(p, \tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p, s)} ds + \frac{W(\tau)}{u_2(p, \tau)} \right). \end{aligned} \quad (2.70)$$

Далі знаходимо

$$u_3(p, 0) = Au_2(p, 0) = A \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2}t}{chat}. \quad (2.71)$$

Для визначення  $u_3'(p, 0)$  скористаємось (2.70). В результаті отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned} u_3'(p, 0) &= Au_2'(p, 0) + B \frac{W(0)}{u_2(p, 0)} = 0 \\ u_3(p, 0) &= Au_2(p, 0) = A \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2}t}{chat} = 1. \end{aligned} \quad (2.72)$$

Звідки визначаємо константи А та В:

$$A = \frac{chat}{ch\sqrt{p^2 + a^2}t}, \quad B = \frac{Au'_2(p,0)u_2(p,0)}{W_0} = \frac{u'_2(p,0)}{W_0}. \quad (2.73)$$

Величина  $u'_2(p,0)$  визначається (2.66). Вхідний опір неоднорідної лінії, замкнутої в точці  $\tau = t$ , визначається (2.55)

$$z(p,0) = \frac{1}{y_{22}} = p \int_0^t \frac{W(s)}{u_3^2(p,s)} ds. \quad (2.74)$$

де

$$u_3(p,\tau) = Au_2(p,\tau) + Bu_2(p,\tau) \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p,s)} ds = \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2}(t-\tau)}{cha(t-\tau)} \left[ A + B \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p,s)} ds \right] \quad (2.75)$$

Обчислюємо інтеграл

$$\begin{aligned} \int_0^\tau \frac{W(s)}{u_2^2(p,s)} ds &= -th\left(-\tau\sqrt{p^2 + a^2} + t\sqrt{p^2 + a^2}\right) \frac{W_0}{\sqrt{p^2 + a^2}} + \\ &+ th\left(t\sqrt{p^2 + a^2}\right) \frac{W_0}{\sqrt{p^2 + a^2}} = W_0 \frac{-th\left((t-\tau)\sqrt{p^2 + a^2}\right) + th\left(t\sqrt{p^2 + a^2}\right)}{\sqrt{p^2 + a^2}}. \end{aligned}$$

В результаті маємо

$$u_3(p,\tau) = \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2}(t-\tau)}{cha(t-\tau)} \left[ A + BW_0 \frac{-th\left((t-\tau)\sqrt{p^2 + a^2}\right) + th\left(t\sqrt{p^2 + a^2}\right)}{\sqrt{p^2 + a^2}} \right] \quad (2.76)$$

Звідки

$$\begin{aligned} \frac{W(\tau)}{u_3^2(p, \tau)} &= \frac{\frac{W_0}{ch^2 a(t-\tau)}}{\left( \frac{ch\sqrt{p^2+a^2}(t-\tau)}{cha(t-\tau)} \left[ A + BW_0 \frac{-th\left((t-\tau)\sqrt{p^2+a^2}\right) + th\left(t\sqrt{p^2+a^2}\right)}{\sqrt{p^2+a^2}} \right] \right)^2} = \\ &= \frac{W_0}{\left( ch\sqrt{p^2+a^2}(t-\tau) \left[ A + BW_0 \frac{-th\left((t-\tau)\sqrt{p^2+a^2}\right) + th\left(t\sqrt{p^2+a^2}\right)}{\sqrt{p^2+a^2}} \right] \right)^2}. \end{aligned} \quad (2.77)$$

Далі відповідно до (2.74) знаходимо

$$\frac{1}{y_{22}} = p \int_0^t \frac{W(s)}{u_3^2(p, s)} ds = F(t) - F(0), \quad (2.78)$$

де  $F(s)$  – невизначений інтеграл

$$F(s) = \int \frac{pW(s)}{u_3^2(p, s)} ds. \quad (2.79)$$

З урахуванням отриманих результатів знаходимо значення інтегралу (2.79),  
де

$$R = \sqrt{p^2 + a^2}.$$

Чисельник  $F(s) =$ 

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot W_0^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 \cdot B^3 \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
& \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 - 2 \cdot W_0^3 \cdot B^3 \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
& \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 - \cosh(t \cdot R)^2 \cdot W_0^3 \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
& \cdot B^3 \cdot \sinh(t \cdot R) - W_0^3 \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot B^3 \cdot \sinh(t \cdot R) - 4 \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
& \cdot A \cdot R \cdot B^2 \cdot W_0^2 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R)^2 \cdot \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) + \\
& + 6 \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
& \cdot A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 + \\
& + 2 \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
& \cdot A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^3 \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) + W_0^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 \cdot B^2 \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \\
& \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}} + R \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R)^3 \cdot B \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \left( \frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2} \right)^{\frac{1}{2}} + \\
& + 2 \cdot a \cdot \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left( \frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2} \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
& \cdot A^3 \cdot R^3 \cdot \cosh(t \cdot R)^3 \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 + W_0^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^3 \cdot B^2 \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \\
& \cdot \left( \frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \\
& - \cosh(t \cdot R)^3 \cdot R^3 \cdot a \cdot \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left( \frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2} \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \cdot A^3 - \\
& - 3 \cosh(t \cdot R)^2 \cdot W_0 \cdot R^2 \cdot a \cdot \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left( \frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2} \right)^{\frac{1}{2}}} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot A^2 \cdot B \cdot \sinh(t \cdot R) - 6 \cosh(t \cdot R) \cdot W_o^2 \cdot R \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) B \cdot W_o \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_o \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_o \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_o^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
& \cdot A \cdot B^2 \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 + 6 \cdot W_o^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^3 \cdot R \cdot \\
& \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) B \cdot W_o \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_o \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_o \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_o^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
& \cdot A \cdot B^2 \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 + 3 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot W_o^2 \cdot R \cdot \\
& \cdot R \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) B \cdot W_o \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_o \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_o \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_o^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
& \cdot A \cdot B^2 \cdot \sinh(t \cdot R) - 3 \cosh(t \cdot R)^3 \cdot W_o^2 \cdot R \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) B \cdot W_o \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_o \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_o \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_o^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot A \cdot B^2 \cdot \sinh(t \cdot R) - 2 \cosh(t \cdot R) \cdot W_0^3 \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
& \cdot B^3 \cdot \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) + 2 \cdot W_0^3 \cdot \cosh(t \cdot R)^3 \cdot \\
& \cdot a \tan \left[ \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) + \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + B \cdot W_0 \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)}{\cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
& \cdot B^3 \cdot \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)
\end{aligned}$$

Знаменник  $F(s) =$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 + 2 \cdot A \cdot R \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh(t \cdot R) - B^2 \cdot W_0^2}{\cosh(t \cdot R)^2}\right)^{\frac{1}{2}} \\
& \cdot [(-2) \cdot B^4 \cdot W_0^4 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 + B^4 \cdot W_0^4 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 - 2 \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R)^3 \cdot B^3 \cdot W_0^3 \cdot \sinh(t \cdot R) - 4 \cdot A^3 \cdot R^3 \cdot \\
& \cdot \cosh(t \cdot R)^3 \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) + 6 \cdot A^2 \cdot R^2 \cosh(t \cdot R)^2 \cdot B^2 \cdot W_0^2 - 5 \cdot A^2 \cdot R^2 \cosh(t \cdot R)^4 \cdot B^2 \cdot W_0^2 -
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& -12 \cdot A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^2 \cdot B^2 \cdot W_0^2 \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 + 2 \cdot B^4 \cdot W_0^4 \cdot \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \\
& \cosh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \sinh(t \cdot R) - B^4 \cdot W_0^4 - 8 \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot B^3 \cdot W_0^3 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \\
& \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 + 4 \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R) \cdot B^3 \cdot W_0^3 \cdot \sinh(t \cdot R) + 2 \cdot B^4 \cdot W_0^4 \cdot \\
& \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 - 6 \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R)^2 \cdot B^3 \cdot W_0^3 \cdot \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) - \\
& -A^4 \cdot R^4 \cdot \cosh(t \cdot R)^4 + 4 \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R)^4 \cdot B^3 \cdot W_0^3 \cdot \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) + \\
& +4 \cdot A \cdot R \cdot \cosh(t \cdot R)^3 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 + 2 \cdot A^3 \cdot R^3 \cdot \cosh(t \cdot R)^4 \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \\
& \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) + 2 \cdot A^4 \cdot R^4 \cdot \cosh(t \cdot R)^4 \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 + 8 \cdot A^3 \cdot R^3 \cdot \cosh(t \cdot R)^4 \cdot B \cdot W_0 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 + \\
& +6 \cdot A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^3 \cdot B^2 \cdot W_0^2 \cdot \sinh(t \cdot R) \cdot \sinh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right) + 10 \cdot A^2 \cdot R^2 \cdot \cosh(t \cdot R)^4 \cdot B^2 \cdot W_0^2 \cdot \cosh\left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot s - \frac{1}{2} \cdot t \cdot R\right)^2 \Big]
\end{aligned}$$

## **Висновки до розділу 2**

1. Визначено вхідний опір НЛ та хвильовий опір при зміщенні дійсного нуля або полюса опору ОЛ, навантаженої на активний опір  $R$  (2.23).
2. Визначено процедуру знаходження вхідного опору НЛ за частковим розв'язанням рівнянь НЛ для струму та напруги.
3. Отримано аналітичні вирази для визначення характеристичних параметрів НЛ, за якими визначено чотириполюсні параметри нових типів НЛ.

**РОЗДІЛ 3**  
**ФІЛЬТРОВІ ЛАНКИ НА ОСНОВІ НЕОДНОРІДНОЇ ЛІНІЇ ЗІ**  
**ЗМІЩЕНИМ ДІЙСНИМ НУЛЕМ ВХІДНОГО ОПОРУ**

**3.1 Характеристичні параметри НЛ зі зміщеним нулем вхідного опору навантаженої ОЛ**

Відомо [92], що вхідний опір лінії  $z_0$  з постійним опір хвильовим  $W_0$ , навантаженої на дійсний опір  $R_0$  (рис. 3.1)

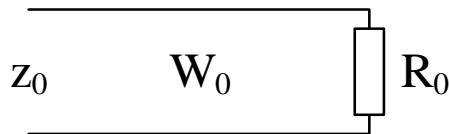


Рис. 3.1. Однорідна лінія, навантажена на дійсний опір  $R_0$

визначається виразом ( $p$  – комплексна частотна змінна,  $t$  – час затримки лінії):

$$z_0 = W_0 \frac{R_0 chpt + W_0 shpt}{W_0 chpt + R_0 shpt}. \quad (3.1)$$

З (3.1) знаходимо полюси опору, які задовольняють рівняння

$$W_0 chpt + R_0 shpt = 0. \quad (3.2)$$

В результаті отримаємо:

$$p_n^\infty = \frac{1}{t} \operatorname{Arcth} \left( -\frac{R_0}{W_0} \right). \quad (3.3)$$

З (3.3) випливає, що при  $\frac{R_0}{W_0} > 1$  полюси визначаються виразом

$$p_n^\infty = \frac{1}{t} \left( \operatorname{Arcth} \left( -\frac{R_0}{W_0} \right) + jn\pi \right), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.4)$$

при  $\frac{R_0}{W_0} < 1$

$$p_n^\infty = \frac{1}{t} \left( \operatorname{Arth} \left( -\frac{R_0}{W_0} \right) + j(2n-1)\frac{\pi}{2} \right), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.5)$$

Рівняння для визначення нулів опору лінії знаходимо з умови рівності нулю чисельника (3.1):

$$R_0 \operatorname{ch} p t + W_0 \operatorname{sh} p t = 0. \quad (3.6)$$

Звідки знаходимо

$$p_n^0 = \frac{1}{t} \operatorname{Arcth} \left( -\frac{W_0}{R_0} \right). \quad (3.7)$$

$$\text{При } \frac{R_0}{W_0} < 1 \quad p_n^0 = \frac{1}{t} \left( \operatorname{Arth} \left( -\frac{R_0}{W_0} \right) + jn\pi \right), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.8)$$

$$\text{При } \frac{R_0}{W_0} > 1 \quad p_n^0 = \frac{1}{t} \left( \operatorname{Arcth} \left( -\frac{R_0}{W_0} \right) + j(2n-1)\frac{\pi}{2} \right), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.9)$$

З отриманих співвідношень випливає, що при  $\frac{R_0}{W_0} < 1$  і  $\frac{R_0}{W_0} > 1$  нулі (кружечки) та полюси (хрестики) змінюються місцями (рис.3.2). Розглянемо зміщення

дійсного нуля при  $\frac{R_0}{W_0} < 1$ . У такому разі вхідний опір неоднорідної лінії (НЛ) має

вигляд:

$$z = W_0 \frac{R_0 \operatorname{ch} pt + W_0 \operatorname{sh} pt}{W_0 \operatorname{ch} pt + R_0 \operatorname{sh} pt} \frac{p - \mu_0^0}{p - p_0^0}, \quad (3.10)$$

де  $p_0^0$  – нуль опору однорідної лінії з нульовою дійсною частиною (рис. 3.2),  $\mu_0^0$  – нове положення нуля НЛ.

$$p_0^0 = \frac{1}{t} \operatorname{Arth} \left( -\frac{R_0}{W_0} \right). \quad (3.11)$$

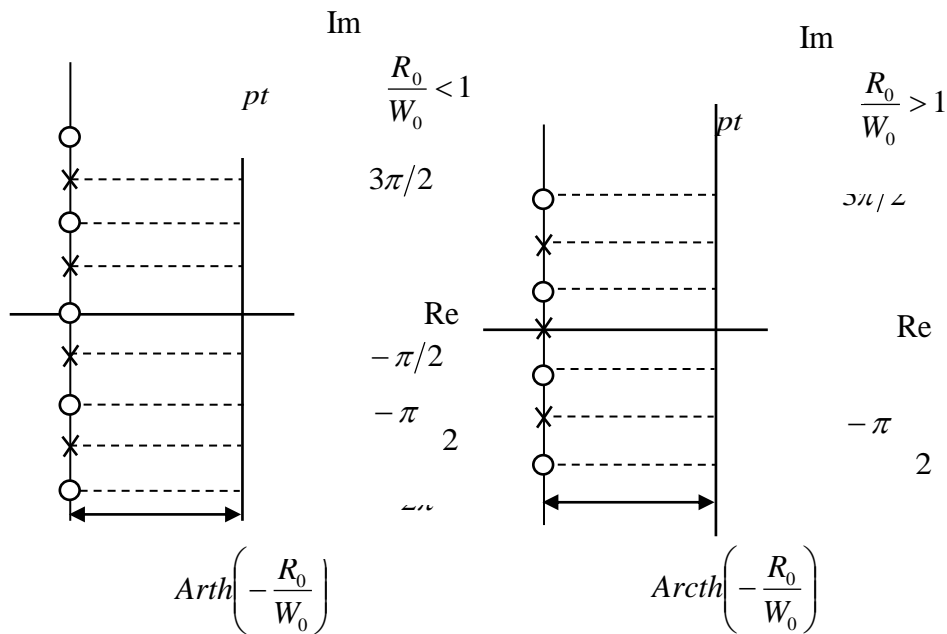


Рис. 3.2. Розподіл нулів та полюсів опору однорідної лінії з дійсним навантаженням у площині  $pt$

З (3.10) знаходимо опір для прямої хвилі

$$z = W_0 \frac{p - \mu_0^0}{p - p_0^0} = W_0 \left( 1 + \frac{p_0^0 - \mu_0^0}{p - p_0^0} \right). \quad (3.12)$$

Даному виразу відповідає хвильовий опір

$$W(\tau) = W_0 \left( \frac{1 - \sqrt{\frac{\mu_0^0}{p_0^0}} th \sqrt{p_0^0 \mu_0^0 \tau}}{1 - \sqrt{\frac{p_0^0}{\mu_0^0}} th \sqrt{p_0^0 \mu_0^0 \tau}} \right)^2. \quad (3.13)$$

Припустимо, новий нуль відрізняється від нуля ОЛ в  $a$  разів, тобто  $\mu_0^0 = ap_0^0$ , де  $a$  – додатне дійсне число. Тоді

$$W(\tau) = W_0 \left( \frac{1 - \sqrt{ath} p_0^0 \sqrt{a\tau}}{1 - \sqrt{\frac{1}{a}} th p_0^0 \sqrt{a\tau}} \right)^2. \quad (3.14)$$

Для визначення дійсного опору навантаження НЛ скористаємося виразом (3.10)

$$z = W(0) \frac{R_0 chpt + W_0 shpt}{W_0 chpt + R_0 shpt} \frac{p - \mu_0^0}{p - p_0^0}, \quad (3.15)$$

з якого випливає, що корені чисельника та знаменника  $z$  (тобто нулі та полюси вхідного опору) не залежать від постійного співмножника  $W_0$  (замість нього стоїть співмножник  $W(0)$ , який визначає хвильовий опір НЛ на початку координат ( $\tau = 0$ )), а залежать від відношення  $R_0/W_0$  та значень  $p_0^0$ ,  $\mu_0^0$ . Тому співмножник  $W(0)$  має бути обраний із додаткової умови. В якості такої умови слід брати значення опору навантаження НЛ при якому навантажена НЛ має заданий нуль  $\mu_0^0$  опору  $z$ .

Опір навантаження НЛ дорівнює  $R = z(p)$  при  $p \rightarrow 0$ . З урахуванням (3.14) знаходимо

$$R = W(0) \frac{R_0 \mu_0^0}{W_0 p_0^0} = a W(0) \frac{R_0}{W_0}. \quad (3.16)$$

Приклад зміщення нуля вхідного опору (рис. 3.3, 3.4). Параметри однорідної лінії (ОЛ): хвильовий опір  $W_0 = 50$  Ом, електричну довжину не порушуючи загальності прийемо за одиницю ( $t = 1$ ), змістимо дійсний нуль  $p_0^0 = -0,4$  (що відповідає  $R_0/W_0 = 0,38$ ) в положення  $\mu_0^0 = a p_0^0 = -1,6$  ( $a = 4$ ).

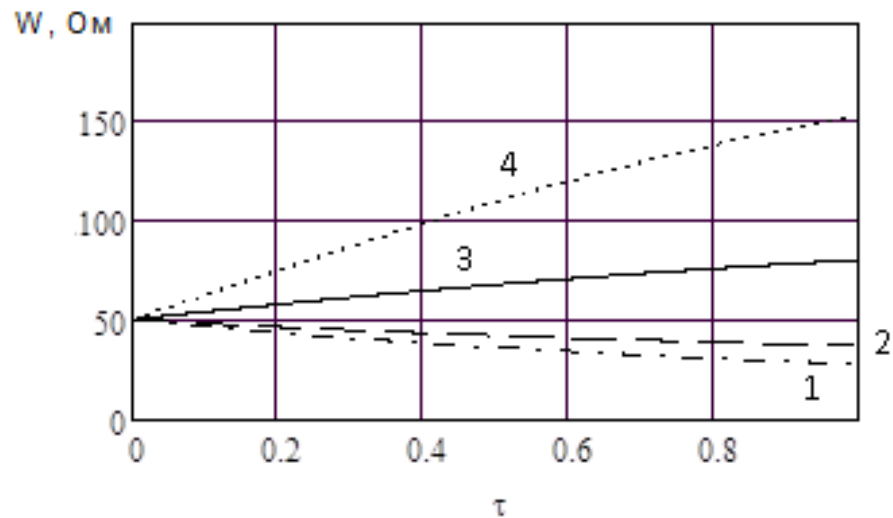


Рис. 3.3. Залежність хвильового опору від електричної довжини при  $W_0=50$  Ом: 1 –  $a=0,1$ ; 2 –  $a=0,5$ ; 3 –  $a=2$ ; 4 –  $a=4$

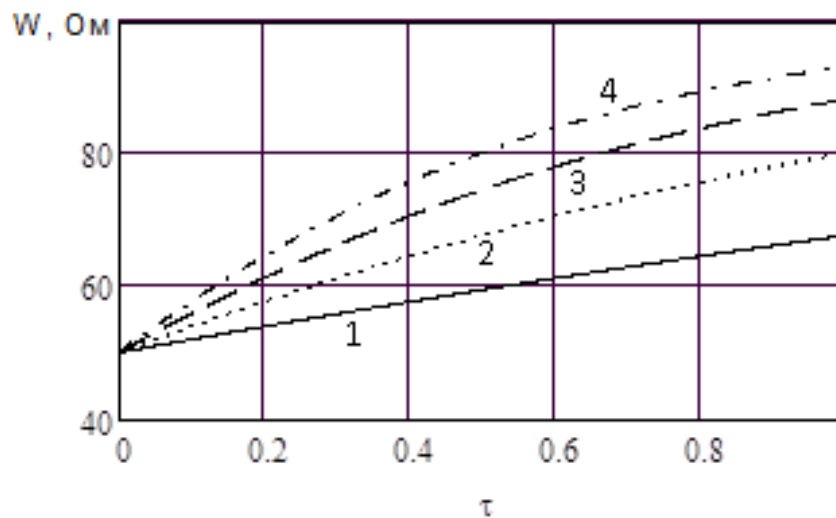


Рис. 3.4. Залежність хвильового опору від електричної довжини при різних

значеннях дійсних нулів однорідної лінії, які виключаються. ( $W_0=50$  Ом,  $a=2$ ):

$$1 - p_0^0 = -0,2; 2 - p_0^0 = -0,4; 3 - p_0^0 = -0,6; 4 - p_0^0 = -0,8$$

Тепер визначимо опір навантаження, при якому НЛ має нуль  $\mu_0^0 = ap_0^0 = -1,6$ . Для цього промодельюємо НЛ багатоступінчастою лінією, що складається з 20 однорідних ступенів, кожен з яких має час затримки  $t/20$ , а хвильовий опір визначається як середнє на інтервалі  $t/20$ :

$$W_i = W_0 \int_{t_i}^{t_{i+1}} \left( \frac{1 - \sqrt{athp_0^0} \sqrt{a\tau}}{1 - \sqrt{\frac{1}{a}thp_0^0} \sqrt{a\tau}} \right)^2 d\tau, \quad i = 1, 2, \dots, 20. \quad (3.17)$$

Результати розрахунку багатоступінчастої лінії наведено у табл. 3.1.

Таблиця. 3.1.

Хвильові опори багатоступінчастої лінії

|               |        |        |        |        |        |        |
|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Номер ступені | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      |
| $W_i$ , Ом    | 53,02  | 59,11  | 65,26  | 71,41  | 77,53  | 83,60  |
| Номер ступені | 7      | 8      | 9      | 10     | 11     | 12     |
| $W_i$ , Ом    | 89,56  | 95,41  | 101,11 | 106,65 | 112,01 | 117,18 |
| Номер ступені | 13     | 14     | 15     | 16     | 17     | 18     |
| $W_i$ , Ом    | 122,15 | 126,91 | 131,46 | 135,80 | 139,82 | 143,84 |
| Номер ступені | 19     | 20     |        |        |        |        |
| $W_i$ , Ом    | 147,54 | 151,05 |        |        |        |        |

Колова матриця  $A$  (матриця передачі) ступінчастої лінії визначається як добуток ланцюгових матриць кожної ступені:



$$A = \prod_{i=1}^{20} \begin{bmatrix} chpt & W_i shpt \\ \frac{shpt}{W_i} & chpt \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

Підставивши в даний вираз дані табл. 3.1, знаходимо опір навантаження НЛ при якому новий дійсний нуль дорівнює  $\mu_0^0 = ap_0^0 = -1,6$ . Інші нулі та полюси вхідного опору НЛ збігаються з нулями та полюсами однорідної лінії. Залежність вхідного опору НЛ від опору навантаження на дійсній частоті  $\mu_0^0 = -1,6$  показано на рис. 3.5. Зміщення полюсів вхідного опору ОЛ здійснюється аналогічно.

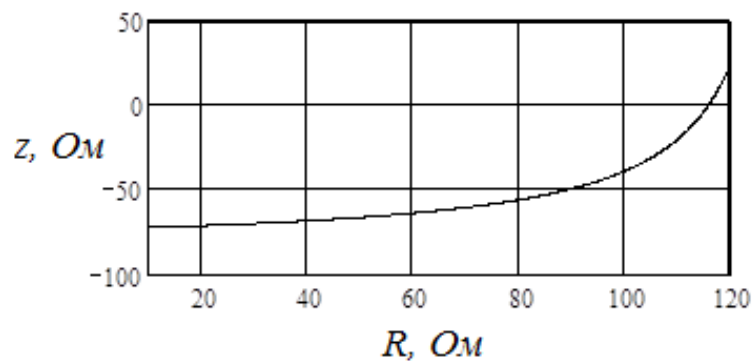


Рис.3.5. Залежність вхідного опору НЛ від опору навантаження на дійсній частоті  $\mu_0^0 = -1,6$

Оцінимо фільтруючі властивості симетричної ланки з послідовною ємністю між двома ідентичними відрізками однорідних ліній рис. 3.6. Фільтруючі властивості ланки оцінюватимемо за допомогою характеристичних параметрів [2].

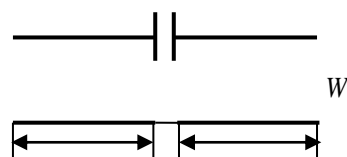


Рис.3.6. Фільтруюча ланка на основі ОЛ

Колова матриця (матриця передачі) ланки, за умови, що хвильовий опір  $W=50$  Ом, має вигляд (3.19), де  $i$  – уявна одиниця.

$$OL(\omega, C) = \begin{pmatrix} \cosh(i \cdot \omega) & 50 \cdot \sinh(i \cdot \omega) \\ \frac{\sinh(i \cdot \omega)}{50} & \cosh(i \cdot \omega) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cosh(i \cdot \omega) & 50 \cdot \sinh(i \cdot \omega) \\ \frac{\sinh(i \cdot \omega)}{50} & \cosh(i \cdot \omega) \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Звідси знаходимо характеристичний опір, що виражається через елементи матриці (3.19), рис. 3.7.

$$ZOL(\omega, C) = \sqrt{\frac{OL(\omega, C)_{0,0} \cdot OL(\omega, C)_{0,1}}{OL(\omega, C)_{1,0} \cdot OL(\omega, C)_{1,1}}} \quad (3.20)$$

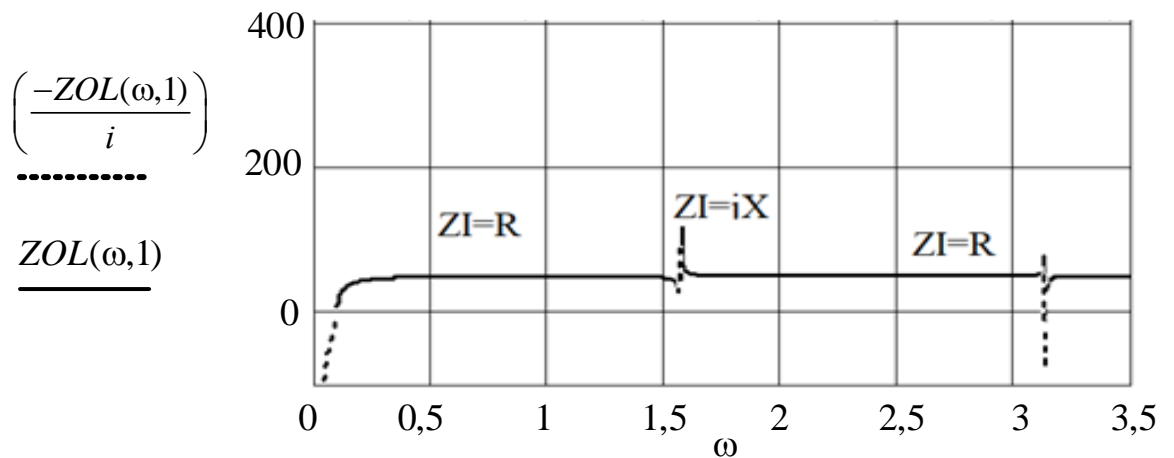


Рис. 3.7. Залежність характеристичного опору від частоти фільтруючої ланки на ОЛ при  $W=50$  Ом,  $C=1$ Ф,  $t=1$ с. Пунктирна лінія відповідає уявному опору, а суцільна - відповідає дійсному додатному опору

Аналіз виразу (3.20) показує, що при різних значеннях ємності  $C$  характер зміни характеристичного опору не змінюється. Тобто для отримання малого згасання в смузі прозорості фільтра потрібне навантаження з опором, близьким до характеристичного рис.3.7. Якщо опір навантаження сильно відрізняється від

характеристичного, то забезпечення якісної фільтрації та узгодження можливе у вузькій області частот.

Для покращення якості фільтруючих кіл (фільтрів та кіл узгодження) можна використовувати відрізки НЛ рис. 3.8. При цьому вибором неоднорідності хвильового опору можна забезпечити рівність характеристичного опору та опору навантаження у ширшій області частот порівняно з колами, побудованими на ОЛ.

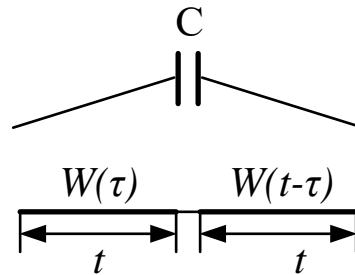


Рис. 3.8. Симетрична ланка фільтра (узгоджуючого пристрою) на основі НЛ

Колова матриця ланки рис. 3.8 визначається як каскадне з'єднання трьох матриць передачі: матриці НЛ, матриці передачі послідовної ємності та матриці передачі симетричної НЛ:

$$M = \prod_{i=1}^{20} \begin{bmatrix} chpt & W_i shpt \\ \frac{shpt}{W_i} & chpt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{j\omega C} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{01} \\ A_{10} & A_{00} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

З (3.21) знаходимо характеристичний опір ланки рис. 3.8:

$$Z_{II} = \sqrt{\frac{M_{00} + M_{01}}{M_{10} + M_{00}}} \quad (3.22)$$

Залежності, розраховані за формулою (3.22) показані на рис. 3.9-3.13.

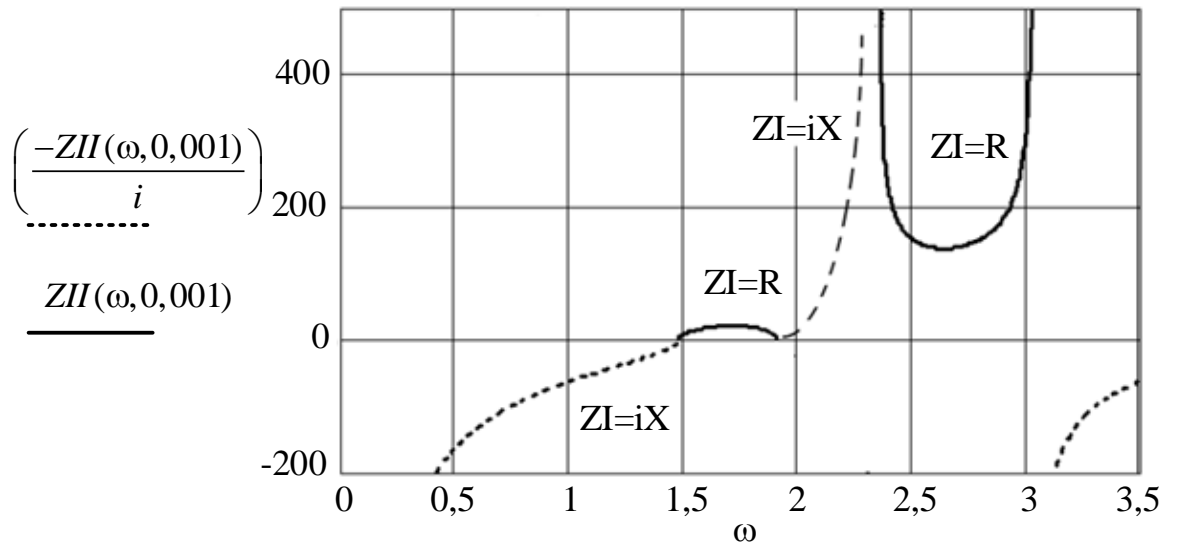


Рис. 3.9. Залежність характеристичного опору від частоти фільтруючої ланки на НЛ при  $W_0=50$  Ом,  $C=0,001\Phi$ ,  $t=1$ с

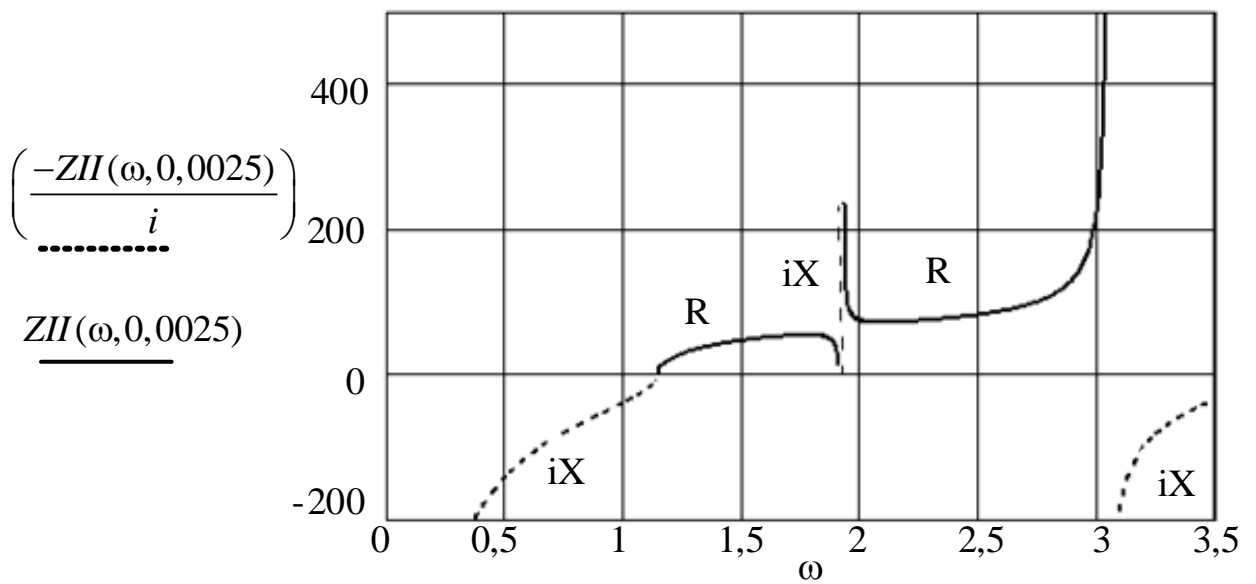


Рис. 3.10. Залежність характеристичного опору від частоти фільтруючої симетричної ланки на НЛ при  $W_0=50$  Ом,  $C=0,0025\Phi$ ,  $t=1$ с

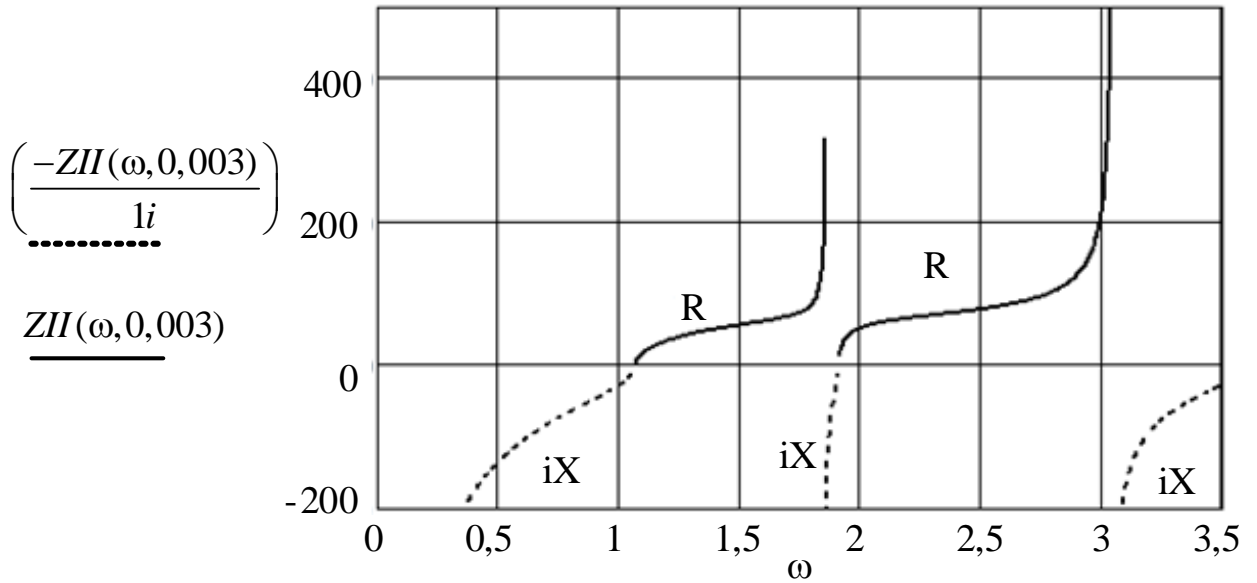


Рис. 3.11. Залежність характеристичного опору від частоти фільтруючої ланки на НЛ при  $W_0=50$  Ом,  $C=0,003\Phi$ ,  $t=1$ с

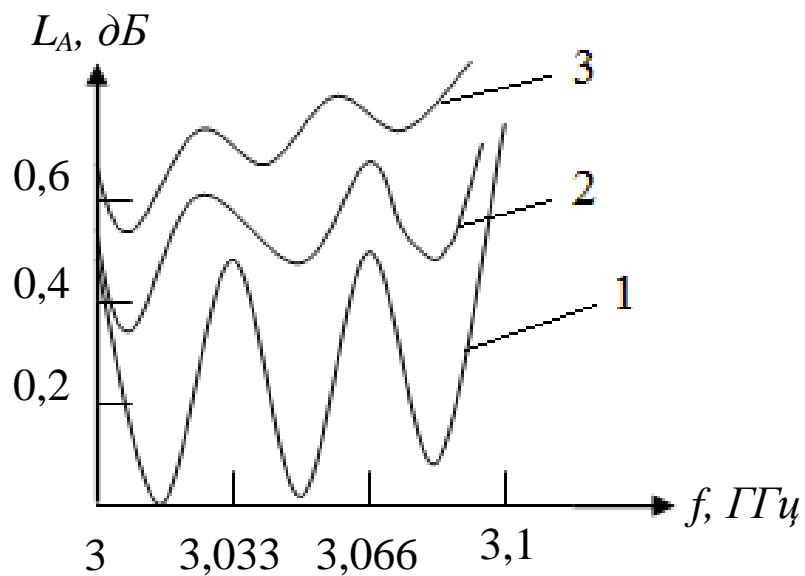


Рис. 3.12. Залежність загасання смуги пропускання симетричного триланкового фільтра при однакових ланках від частоти при  $W_0=50$  Ом,  $C=0,003\Phi$ , загальна електрична довжина  $\omega_0 t = 0,497$ .

Опір навантажень: 1 –  $R = 50$  Ом, 2 –  $R = 55$  Ом, 3 –  $R = 60$  Ом

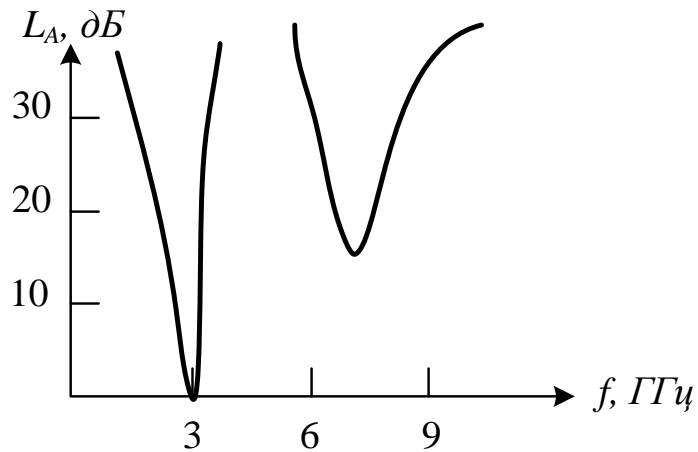


Рис. 3.13. Залежність загасання від частоти у широкій області частот при  $R = 50 \text{ Ом}$

### 3.2 Ланка з послідовною індуктивністю

В даному випадку при тих самих вихідних даних для НЛ (табл. 3.1) колова матриця ланки рис. 3.14 має вигляд (3.21), де матриця  $A$  визначається (3.18)

$$M = \prod_{i=1}^{20} \begin{bmatrix} chpt & W_i shpt \\ \frac{shpt}{W_i} & chpt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{01} \\ A_{10} & A_{00} \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

З (3.21) знаходимо характеристичний опір ланки рис.3.14

$$Z_{IIL} = \sqrt{\frac{M_{00} + M_{01}}{M_{10} + M_{00}}}. \quad (3.22)$$

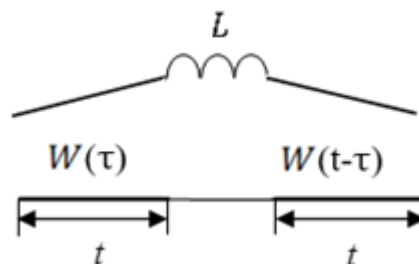


Рис. 3.14. Симетрична ланка з послідовною індуктивністю  
Залежності, розраховані за формулою (3.22) показані на рис. 3.15.

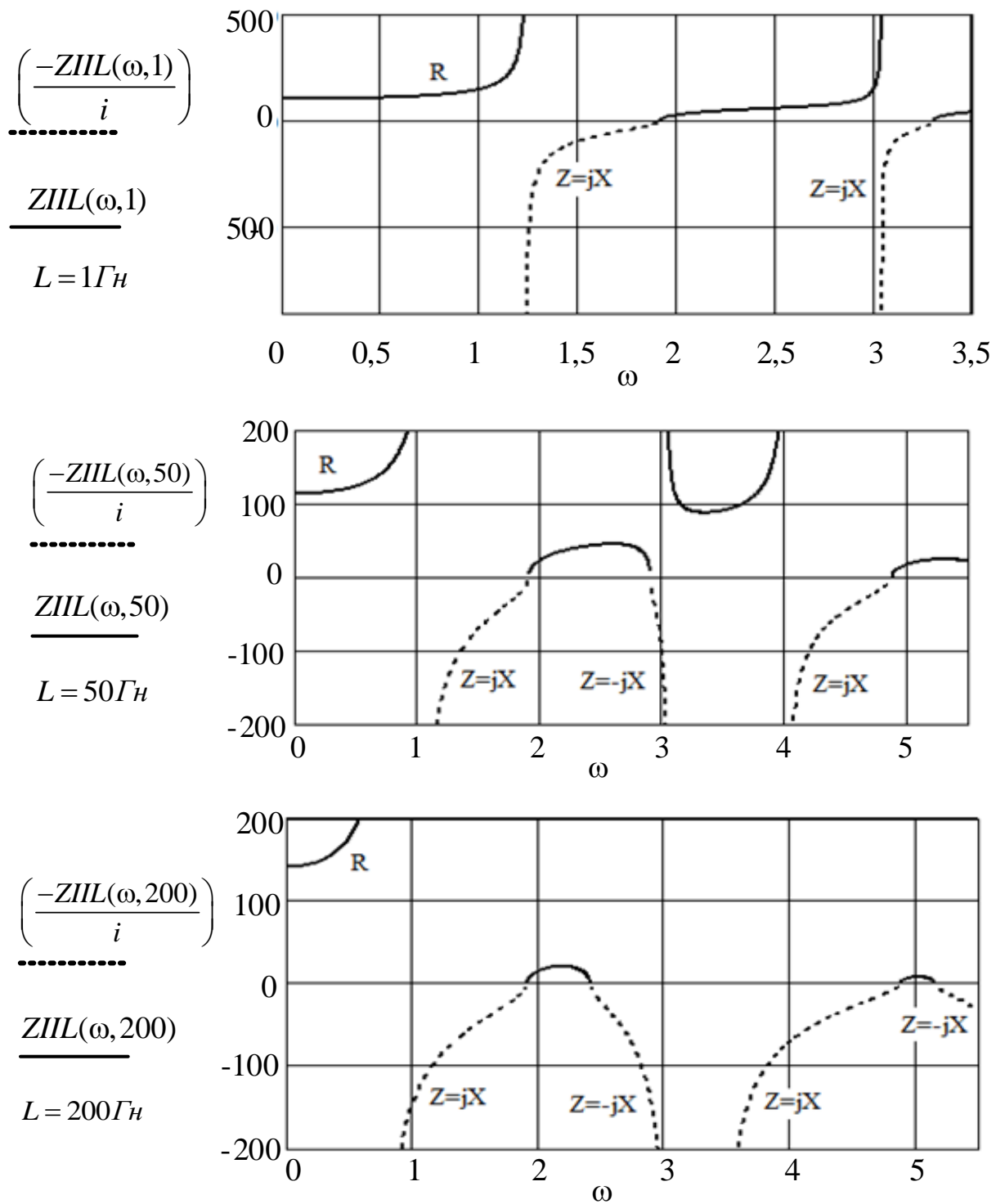


Рис. 3.15. Еволюція характеристичного опору за зміни послідовної індуктивності ланки рис. 3.14 при  $W_0 = 50 \text{ Ом}$ ,  $t = 1 \text{ с}$

### 3.3 Ланка з послідовно включеним послідовним контуром

В даному випадку при тих самих вихідних даних для НЛ (табл. 3.1) колова матриця ланки рис. 3.16 має вигляд (3.23), де матриця  $A$  визначається з (3.18):

$$M = \prod_{i=1}^{20} \begin{bmatrix} chpt & W_i shpt \\ \frac{shpt}{W_i} & chpt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{01} \\ A_{10} & A_{00} \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

З (3.23) знаходимо характеристичний опір ланки рис. 3.16

$$ZILC(\omega, L, C) = \sqrt{\frac{M_{00} + M_{01}}{M_{10} + M_{00}}}. \quad (3.24)$$

Залежності, розраховані за формулою (3.24) показані на рис. 3.17.

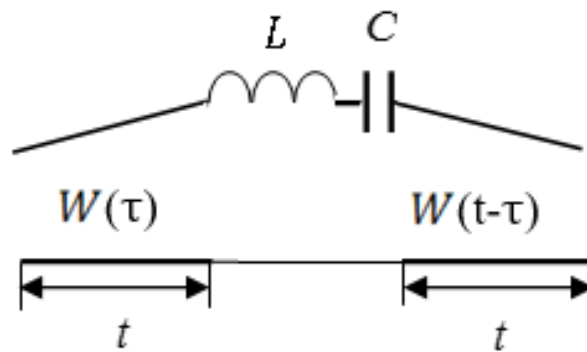


Рис. 3.16. Симетрична ланка з послідовно увімкненим послідовним контуром



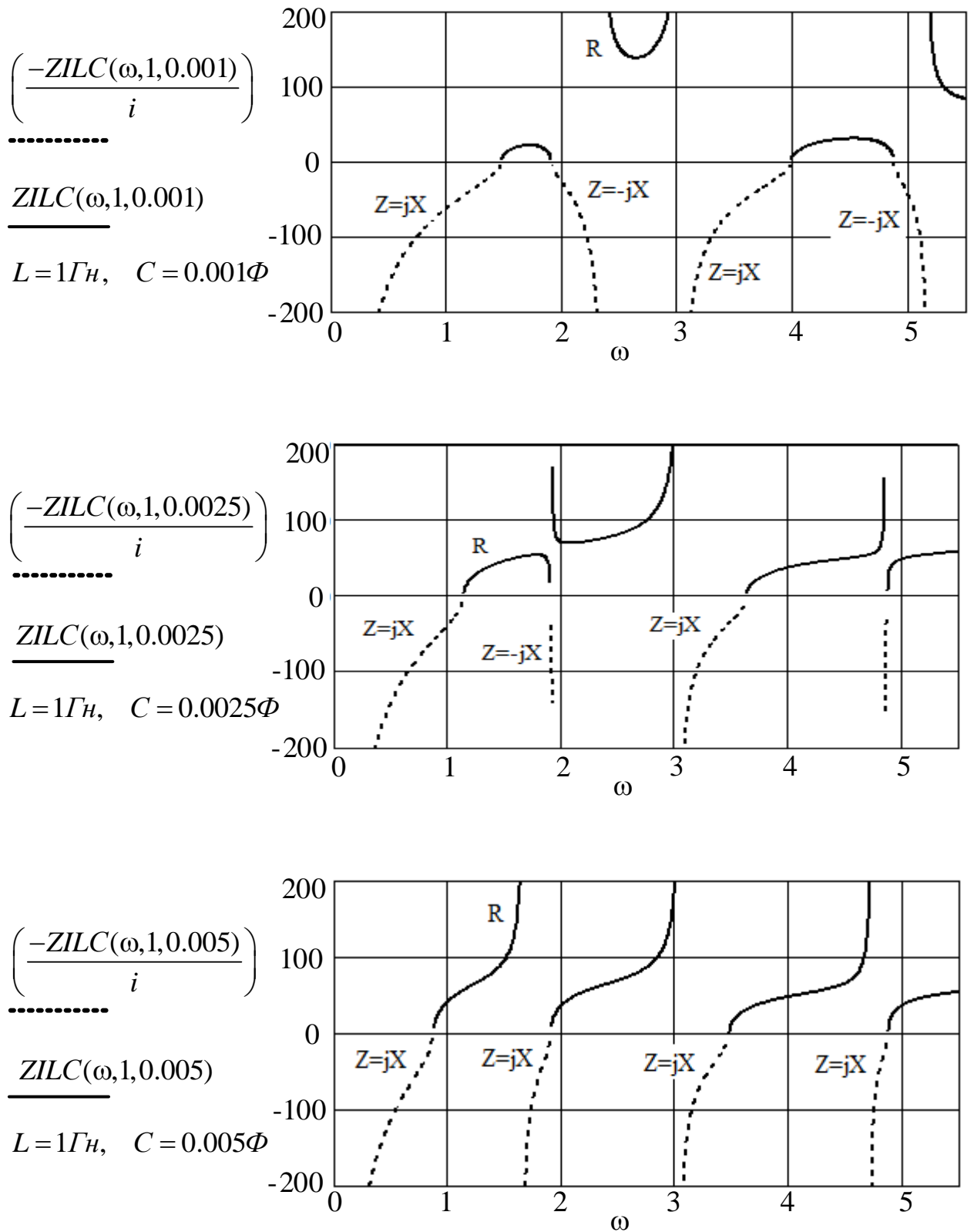


Рис. 3.17. Еволюція характеристичного опору при зміні послідовної індуктивності та ємності ланки рис. 3.16 при  $W_0 = 50 \text{ Ом}$ ,  $t = 1 \text{ с}$

### 3.4 Ланка з паралельно включеним послідовним контуром

Схема ланки показана на рис. 3.18.

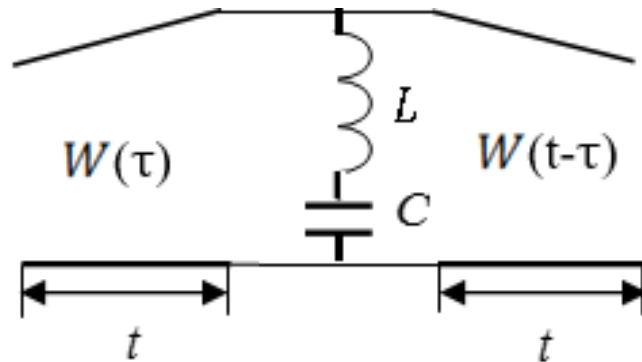


Рис. 3.18. Симетрична ланка з паралельно включеним послідовним контуром

У цьому випадку ланцюгова матриця ланки дорівнює

$$M = \prod_{i=1}^{20} \begin{bmatrix} chpt & W_i shpt \\ \frac{shpt}{W_i} & chpt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{01} \\ A_{10} & A_{00} \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Характеристичний опір визначається виразом:

$$ZPLC(\omega, L, C) = \sqrt{\frac{M_{00} + M_{01}}{M_{10} + M_{11}}}. \quad (3.26)$$

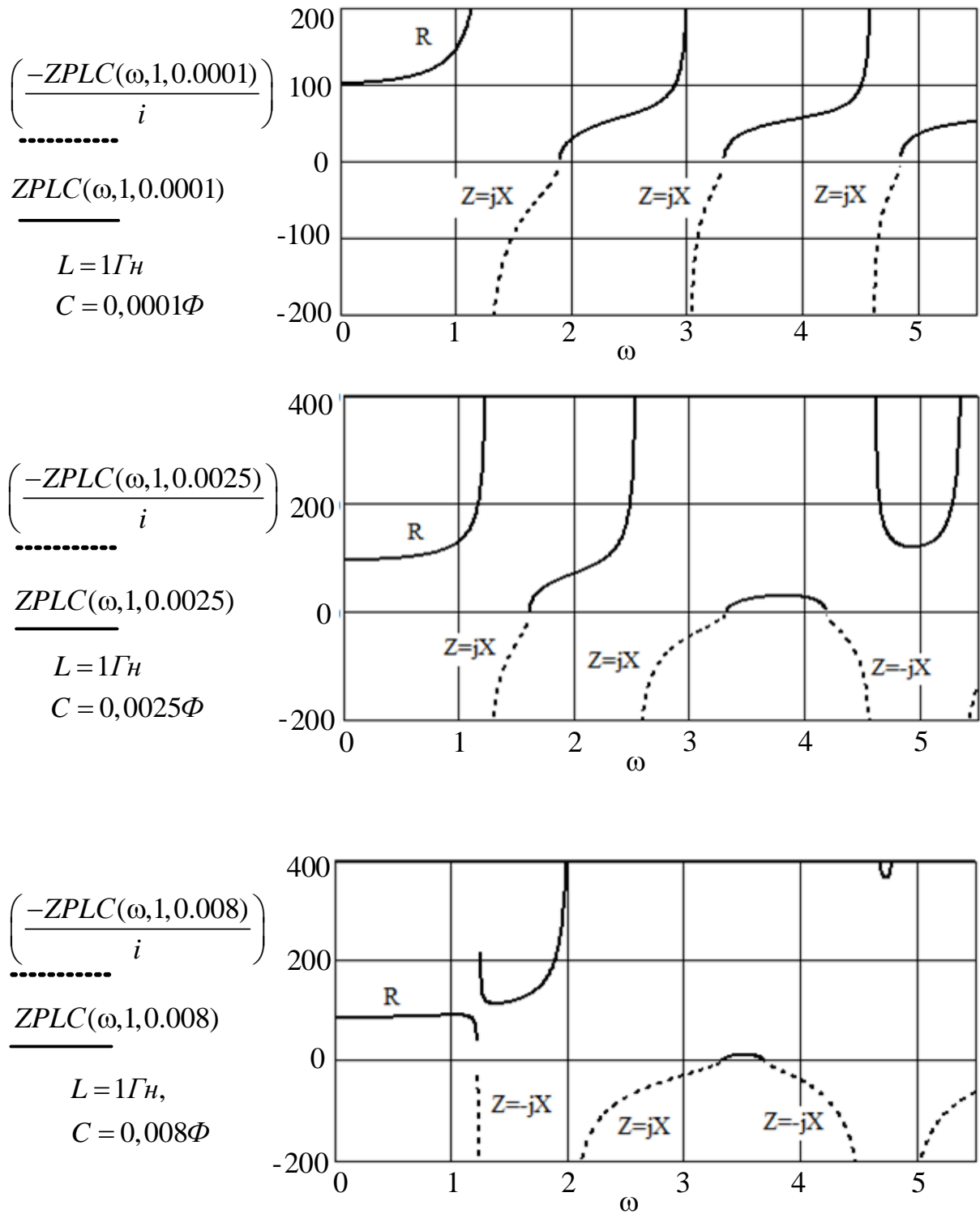


Рис. 3.19. Еволюція характеристичного опору при зміні послідовної індуктивності та ємності ланки рис. 3.18 при  $W_0 = 50 \text{ Ом}$ ,  $t = 1 \text{ с}$

### 3.5 Симетрична ланка без додаткових включень

Розглянемо ланку рис. 3.20 - симетрична ланка без додаткових включень.

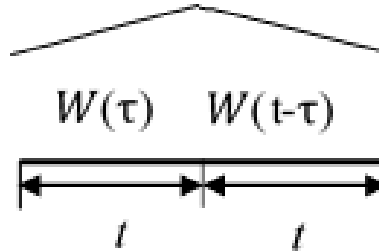


Рис. 3.20. Симетрична ланка без додаткових включень

В даному випадку

$$M = \prod_{i=1}^{20} \begin{bmatrix} chpt & W_i shpt \\ \frac{shpt}{W_i} & chpt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{01} \\ A_{10} & A_{00} \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Характеристичний опір визначається виразом

$$Z1(\omega) = \sqrt{\frac{M_{00} + M_{01}}{M_{10} + M_{11}}}. \quad (3.28)$$

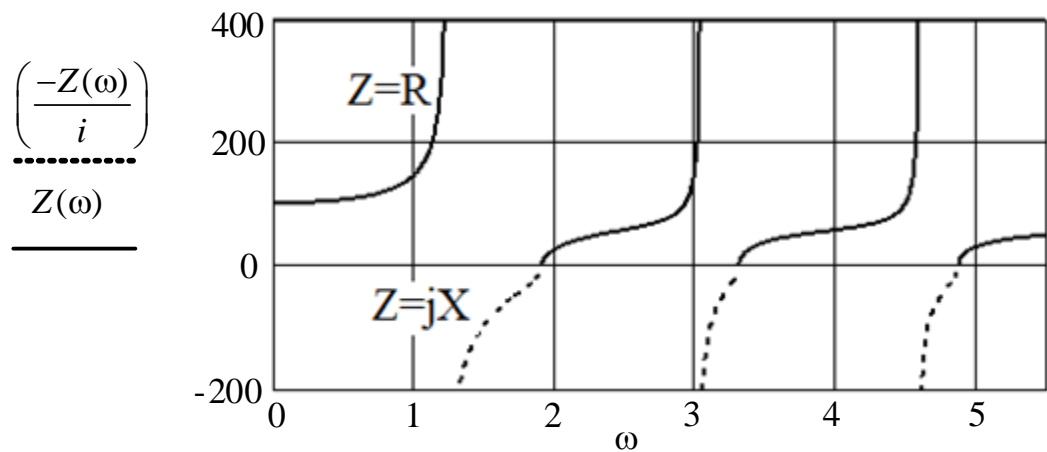


Рис.3.21 Характеристичний опір симетричної ланки рис. 3.20

при  $W_0 = 50 \text{ Ом}$ ,  $t = 1 \text{ с}$

### 3.6 Характеристичні параметри неоднорідної лінії

Розглянемо ланку рис. 3.22 - несиметрична на основі неоднорідної лінії.

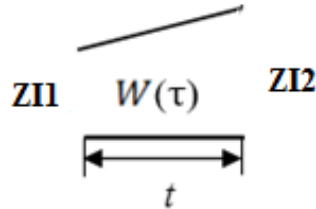


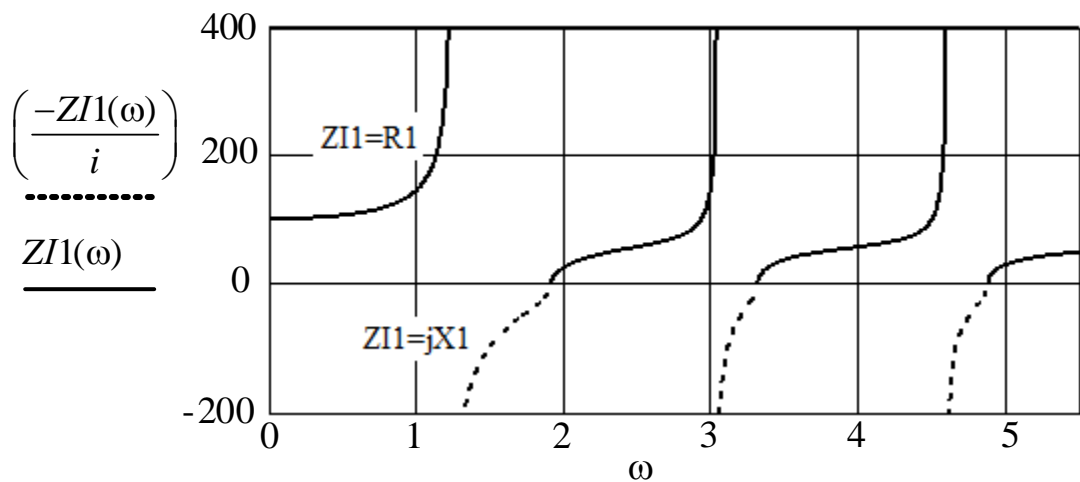
Рис. 3.22. Несиметрична ланка на основі неоднорідної лінії

Враховуючи що:

$$A = \prod_{i=1}^{20} \begin{bmatrix} chpt & W_i shpt \\ \frac{shpt}{W_i} & chpt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{00} & A_{01} \\ A_{10} & A_{11} \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

у відповідно до правил [2] визначаємо характеристичні опори (рис. 3.23):

$$ZI1(\omega) = \sqrt{\frac{A_{00} + A_{01}}{A_{10} + A_{00}}}, \quad ZI2(\omega) = \sqrt{\frac{A_{01} + A_{11}}{A_{00} + A_{10}}}. \quad (3.30)$$



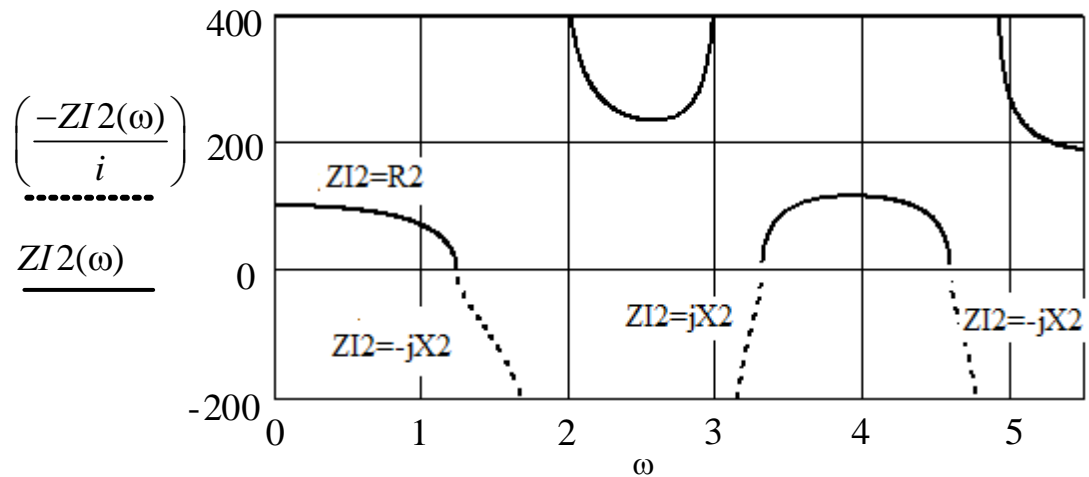


Рис. 3.23. Характеристичні опори несиметричної ланки рис. 3.22 при  $W_0 = 50$  Ом,  $t = 1$  с

Розглянемо несиметричну ланку, складену з двох однакових відрізків ліній передачі (рис. 3.24) за умови, що величина стрибка хвильового опору ланки  $\Delta W$  дорівнює різниці максимального та мінімального хвильового опору, тобто  $\Delta W = W(t) - W(0)$ .

У нашому випадку  $\Delta W = 152,7 - 50 = 102,7$  Ом.

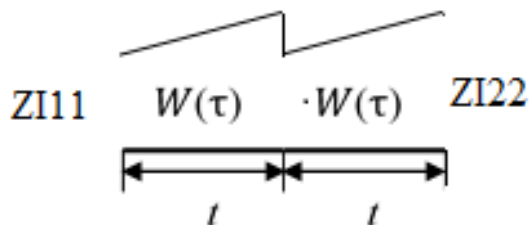


Рис.3.24. Ланка, складена з двох відрізків НЛ при  $W_0=50$  Ом,  $t=1$  с

Характеристичні опори знаходяться з виразів:

$$A = \left( \prod_{i=1}^{20} \begin{bmatrix} chpt & W_i shpt \\ \frac{shpt}{W_i} & chpt \end{bmatrix} \right)^2, \quad (3.31)$$

$$ZI11(\omega) = \sqrt{\frac{A_{00} + A_{01}}{A_{10} + A_{00}}}, \quad ZI22(\omega) = \sqrt{\frac{A_{01} + A_{11}}{A_{00} + A_{10}}}. \quad (3.32)$$

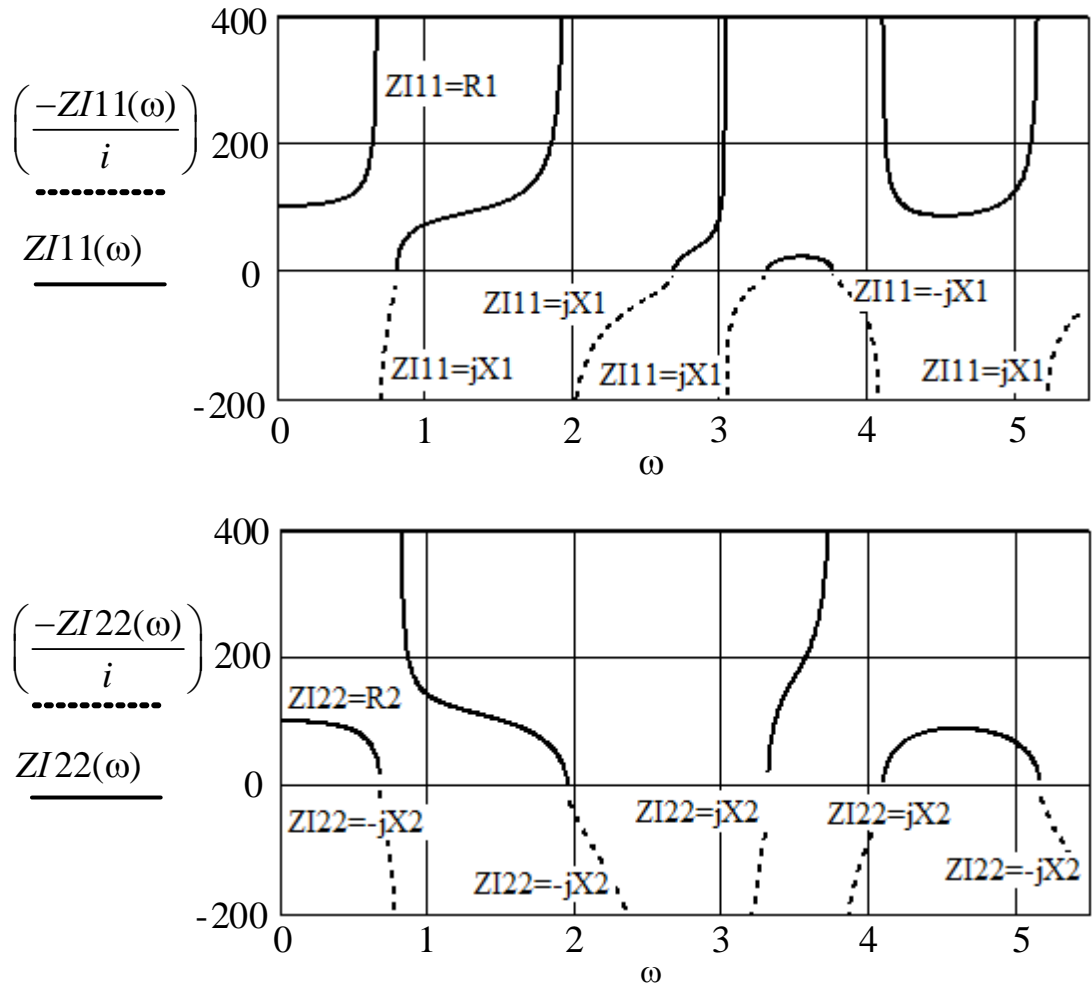


Рис. 3.25. Характеристичні опори несиметричної ланки рис.3.24  
при  $W_0=50$  Ом,  $t=1$ с

### Висновки до розділу 3

1. Характеристичний опір ланки на ОЛ переважно залежить від хвильового опору. При зміні ємності характер зміни характеристичного опору у смузі пропускання та загородження не змінюється. Тому активний опір навантаження у діапазоні фільтрації має повторювати характеристичний опір рис. 3.7. Чим сильніше відрізняється опір навантаження від характеристичного, тим більший рівень загасання смуги пропускання.

Використання НЛ при побудові фільтрів дозволяє реалізувати різні залежності характеристичного опору від частоти, що розширює клас навантажень, що використовуються (рис. 3.9-3.11).

2. Аналіз АЧХ фільтрів (рис. 3.12, 3.13) показує, що використання НЛ дає можливість при синтезі фільтрів НВЧ використовувати метод характеристичних параметрів. Внаслідок цього чутливість електричних параметрів фільтра до розкиду конструктивних параметрів фільтрових ланок зменшується порівняно з конструкціями фільтра, синтезованого іншими методами.

3. Подальші дослідження щодо побудови фільтрів та узгоджувальних пристроїв з використанням методу характеристичних параметрів пов'язані з визначенням впливу розташування нулів та полюсів у комплексній площині на амплітудно-частотні характеристики ланцюгів фільтрації та узгодження при різних типах навантажень.



## РОЗДІЛ 4

### СИНТЕЗ ФІЛЬТРІВ ОСНОВІ НЕОДНОРОДНИХ ЛІНІЙ

#### 4.1 Фільтри нижніх та верхніх частот (ФНЧ, ФВЧ)

##### 4.1.1 Ланки на основі двоступінчастих ліній

В даний час при синтезі фільтрів нижніх частот найбільш широко використовуються Т- і П-подібні схеми фільтруючих ланок [8,58] рис. 4.1:

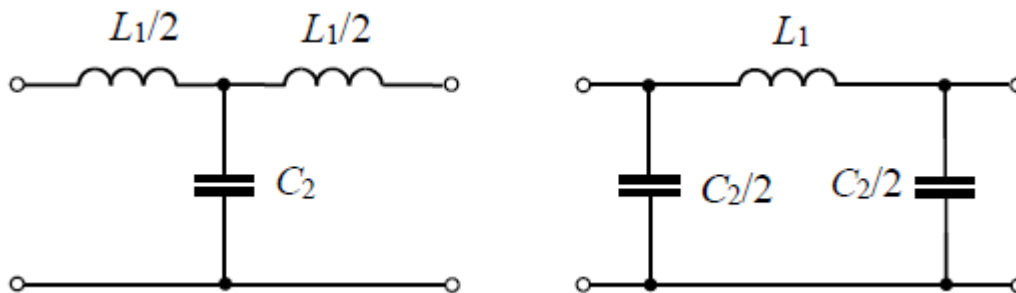


Рис. 4.1. Основні види Т-і П-подібних ланок ФНЧ

Фільтри, складені з таких ланок, за умови, що для кожної ланки виконується однакова умова

$$k = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \quad (4.1)$$

називаються фільтрами типу  $k$ . Смуга пропускання знаходиться з умови прозорості фільтра та визначається умовою [2]:

$$-1 \leq -\frac{\omega^2 L_1 C_2}{4} \leq 0,$$

звідки випливає, що смуга пропускання ФНЧ дорівнює частоті зрізу

$$\omega_c \leq \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}},$$

вище якої починається область непрозорості (загородження). При цьому в області прозорості коефіцієнт ослаблення (дійсна частина характеристичної сталої передачі)  $A = 0$ , а коефіцієнт фази (уявна частина характеристичної сталої передачі):

$$B = 2 \arcsin \left( \pm \frac{\omega}{\omega_c} \right) = 2 \arcsin(\pm \Omega), \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_c}. \quad (4.2)$$

В області загородження:

$$B = \pm \pi, \quad A = 2 \operatorname{Arch} \Omega. \quad (4.3)$$

Розглянемо відрізок лінії передачі з електричною довжиною  $\omega t \ll 1$ , де  $t$  - час затримки відрізка лінії. Тоді такий короткий відрізок лінії можна замінити [8] Г-подібною ланкою типу LC або CL рис.4.2. При цьому ємності та індуктивності визначаються статичною ємністю та індуктивністю лінії.

$$C = \int_0^t \frac{d\tau}{W(\tau)}, \quad L = \int_0^t W(\tau) d\tau. \quad (4.4)$$

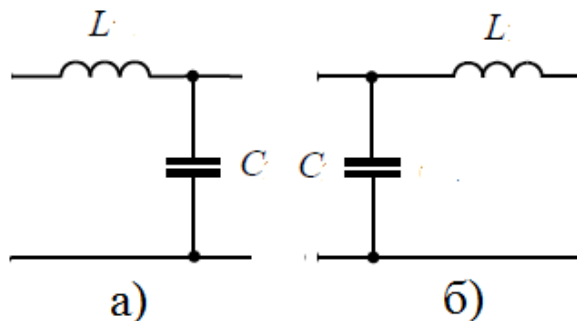


Рис. 4.2. Еквівалентні схеми неоднорідних ліній із малою електричною довжиною: а) LC ланка; б) CL ланка

З наведених схем випливає, що короткі відрізки ліній передачі з великим хвильовим опором мають малу статичну ємність і нею можна знехтувати. У цьому випадку високоомний відрізок неоднорідної лінії еквівалентний прохідній послідовній індуктивності. Аналогічно можна показати, що короткий відрізок лінії з малим хвильовим опором еквівалентний прохідній паралельній ємності рис. 4.3.

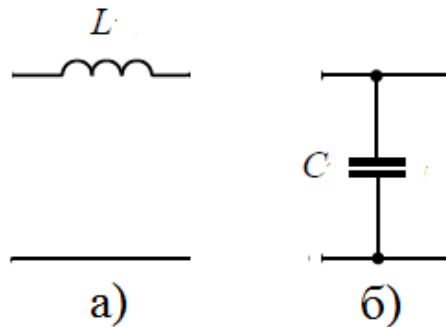


Рис. 4.3. Еквівалентні схеми неоднорідних ліній з малою електричною довжиною: а) високоомний відрізок лінії; б) низькоомний відрізок лінії

Таким чином, використовуючи співвідношення (4.4) можна реалізувати ступінчасті схеми LC ФНЧ. Причому, під час реалізації індуктивностей з ємностей можна використовувати лінії як з однаковим, так і з різним хвильовим опором. Узагальнена топологія реалізації ланок LC показана на рис. 4.4.

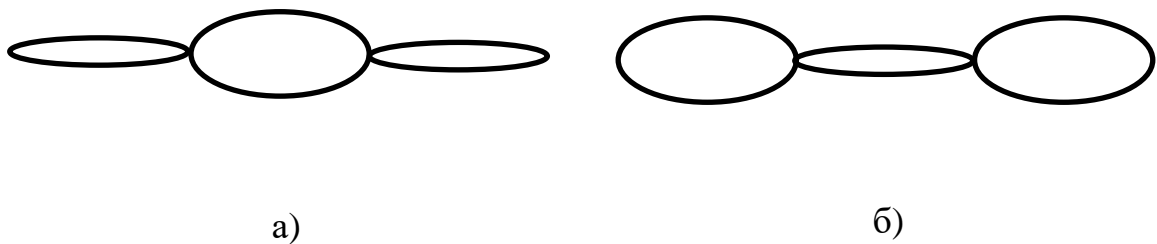


Рис. 4.4. Реалізація ланок (рис.4.1) у мікросмушковому виконанні зміною ширини смужки: а) Т-подібна LC ланка; б) П-подібна LC ланка

При використанні формул (4.4) виникає завдання вибору хвильових опорів ліній передачі, оскільки різні лінії з однаковою електричною довжиною та

однаковою статичною ємністю (індуктивністю) мають різні частотні діапазони імітації характеристик зосереджених елементів  $L, C$ .

Розглянемо як неоднорідну лінію двоступінчасту лінію, що складається з однорідних відрізків рис. 4.5.

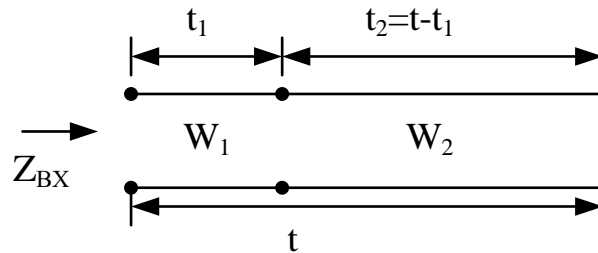


Рис. 4.5. Двоступінчаста лінія

Вхідний опір замкнутої лінії:

$$Z_{ex} = W_1 \frac{W_2 thpt_2 + W_1 thpt_1}{W_1 + W_2 thpt_2 \cdot thpt_1} \quad (4.5)$$

З аналізу даного виразу випливає [16], що полюси  $Z_{ex}$  задовільняють рівняння:

$$tg\omega t_1 \cdot tg\omega(t - t_1) = \frac{W_1}{W_2}.$$

У [16] показано, що при  $t_1 = t_2 = t/2$  перший полюс  $\omega_1$  вхідного опору  $Z_{ex}$  має максимальне значення й в границі при  $\frac{W_1}{W_2} \rightarrow \infty$ ,  $\omega_1 t = \pi$ .

$$\omega_1 t = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} \quad (4.6)$$

Для однорідної лінії з тим же часом затримки маємо:  $\omega_1 t = \pi / 2$ , тобто реалізувати характеристики зосередженої індуктивності на основі двоступінчастої лінії можна в ширшій області (але не більше ніж у два рази) частот.

#### 4.1.2 Вплив стиків хвильових опорів на характеристики ланок

Вирази (4.5, 4.6) є наближеними і не враховують ємності та індуктивності стиків ліній у місцях стрибків хвильового опору. Тому даними формулами можна користуватися лише за невеликих стрибків хвильового опору. Для отримання більшого виграшу в частотній області реалізації індуктивності необхідно врахувати індуктивності та ємності стиків.

Розглянемо модель двоступінчастої лінії при використанні мікросмужкової лінії (МСЛ), за умови, що стрибок хвильового опору виходить за рахунок стрибка ширини струмонесучої смужки. Тоді еквівалентна схема (з урахуванням схеми стрибка ширини смужки [41]) двоступінчастої лінії набуде вигляду рис. 4.6, 4.7.

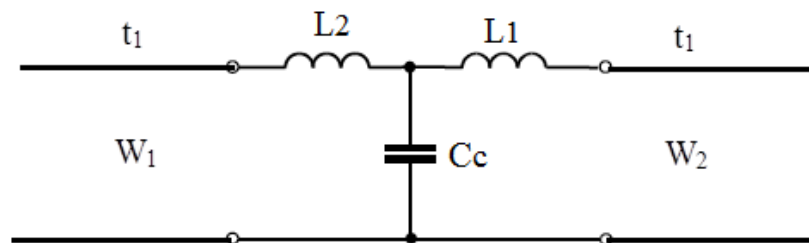


Рис. 4.6. Еквівалентна схема двоступінчастої лінії

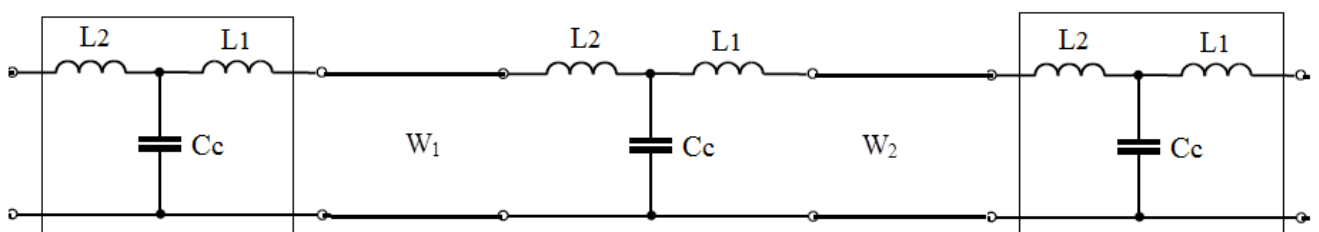


Рис. 4.7. Еквівалентна схема двоступінчастої лінії з урахуванням крайніх стиків (індуктивності та ємності стиків у загальному випадку різні)

Елементи стиків при стрибку ширини смужки (рис. 4.8) визначаються виразами [41] ( $S_1, S_2$  - ширина смужки лінії з хвильовим опором  $W_1, W_2$ ). Причому  $S_1 < S_2$ .

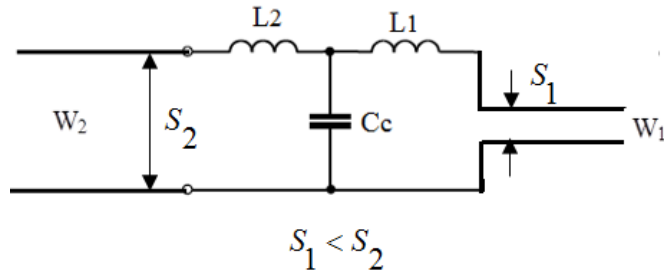


Рис. 4.8. Еквівалентна схема стрибка ширини смужки

$$\frac{C_c}{\sqrt{S_1 S_2}} = (4,386 \ln \epsilon_r + 2,33) \frac{S_2}{S_1} - 5,472 \ln \epsilon_r - 3,17 \quad (4.7)$$

для відносної діелектричної проникності  $\epsilon_r \leq 10$ ;  $1,5 \leq \frac{S_2}{S_1} \leq 3,5$ ,

$$\frac{C_c}{\sqrt{S_1 S_2}} = 56,46 \ln \frac{S_2}{S_1} - 44 \quad (4.8)$$

для  $\epsilon_r = 9,6$ ;  $3,5 \leq \frac{S_2}{S_1} \leq 10$ , де  $\frac{C_c}{\sqrt{S_1 S_2}}$  - в пФ/м. Індуктивності:

$$L_1 = \frac{L_{W2}}{L_{W1} + L_{W2}} L_c, \quad L_2 = \frac{L_{W1}}{L_{W1} + L_{W2}} L_c. \quad (4.9)$$

Індуктивності  $L_{W1}, L_{W2}$  - погонні індуктивності (Гн/м) лінії із ширинами смужок  $W_1, W_2$ , що відповідають хвильовим опорам. Індуктивності  $L_{W1}, L_{W2}$  визначаються як:

$$L_{W1} = \frac{W_1 \sqrt{\epsilon_{rel1}}}{c}, \quad L_{W2} = \frac{W_2 \sqrt{\epsilon_{rel2}}}{c}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}, \quad (4.10)$$

де  $\varepsilon_{re} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left(1 + 10 \frac{h}{S}\right)^{-1/2}$  – ефективна відносна діелектрична проникність.

Індуктивність  $L_C$  (нГн/м) визначається виразом:

$$\frac{L_C}{h} = 40,5 \left( \frac{S_2}{S_1} - 1 \right) - 32,57 \ln \frac{S_2}{S_1} + 0,2 \left( \frac{S_2}{S_1} - 1 \right)^2, \quad (4.11)$$

де  $h$  – товщина підкладки.

*Статична індуктивність  $L_{cm}$  двоступінчастої МПЛ*

Позначимо елементи лівого стику лінії із хвильовим опором знаком «штрих», а правого стику лінії із хвильовим опором знаком «два штрихи» (рис. 4.7). Тоді із аналізу схеми рис. 4.7 знаходимо

$$L_{cm} = L'_1 + L'_2 + W_1 t_1 + L_1 + L_2 + W_2 t_1 + L''_1 + L''_2 \quad (4.12)$$

Перші два доданки визначають статичну індуктивність лівого стику лінії з  $W_1$ . Третій доданок визначає статичну індуктивність лінії  $W_1$  з часом затримки  $t_1$ . Четвертий і п'ятий доданки визначають статичну індуктивність стику між лініями з  $W_1$  і  $W_2$ . Шостий доданок визначає статичну індуктивність лінії  $W_2$  з часом затримки. Сьомий та восьмий доданки характеризують статичну індуктивність правого стику лінії з  $W_2$ .

Таким чином високоомний відрізок короткої двоступінчастої лінії з  $W_1 > W_2$  еквівалентний послідовній прохідній індуктивності в ширшій області частот порівняно з однорідною лінією, що має той же час затримки, що і двоступінчастий відрізок.

Визначимо вплив стику на частотний діапазон реалізації індуктивності. Для цього знайдемо опір кола рис. 4.9.

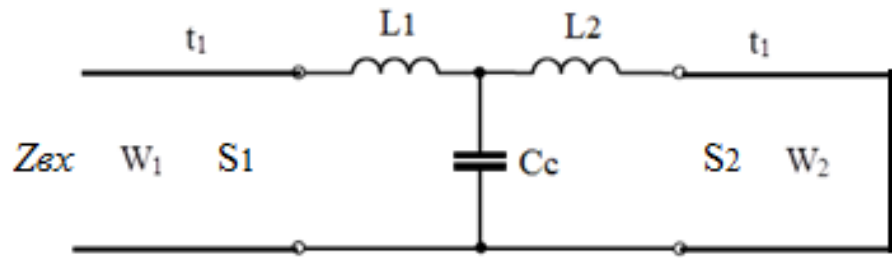


Рис. 4.9. Еквівалентна схема замкнутої двоступінчастої лінії з урахуванням параметрів стику

Враховуючи, що опір навантаженої однорідної лінії з хвильовим опором  $W_1$  і часом затримки  $t_1$  дорівнює ( $Z_n$  - опір навантаження)

$$z_{ex} = W_1 \frac{z_n chpt_1 + W_1 shpt_1}{W_1 chpt_1 + z_n shpt_1}, \quad (4.13)$$

знаходимо вхідний опір схеми рис.4.9 (4.13), де

$$z_n = pL_1 + \frac{\frac{1}{pC_c}(pL_2 + W_2 thpt_1)}{\frac{1}{pC_c} + pL_2 + W_2 thpt_1}. \quad (4.14)$$

Прирівнюючи знаменник  $Z_{ex}$  до нуля, отримаємо рівняння визначення полюсів вхідного опору.

$$thpt_1 = - \frac{W_1}{pL_1 + \frac{\frac{1}{pC_c}(pL_2 + W_2 thpt_1)}{\frac{1}{pC_c} + pL_2 + W_2 thpt_1}}. \quad (4.15)$$

З (4.7 – 4.12) знайдемо значення елементів схеми стрибка ширини смужки МСЛ (мікросмушкової лінії) рис. 4.10 – 4.15.



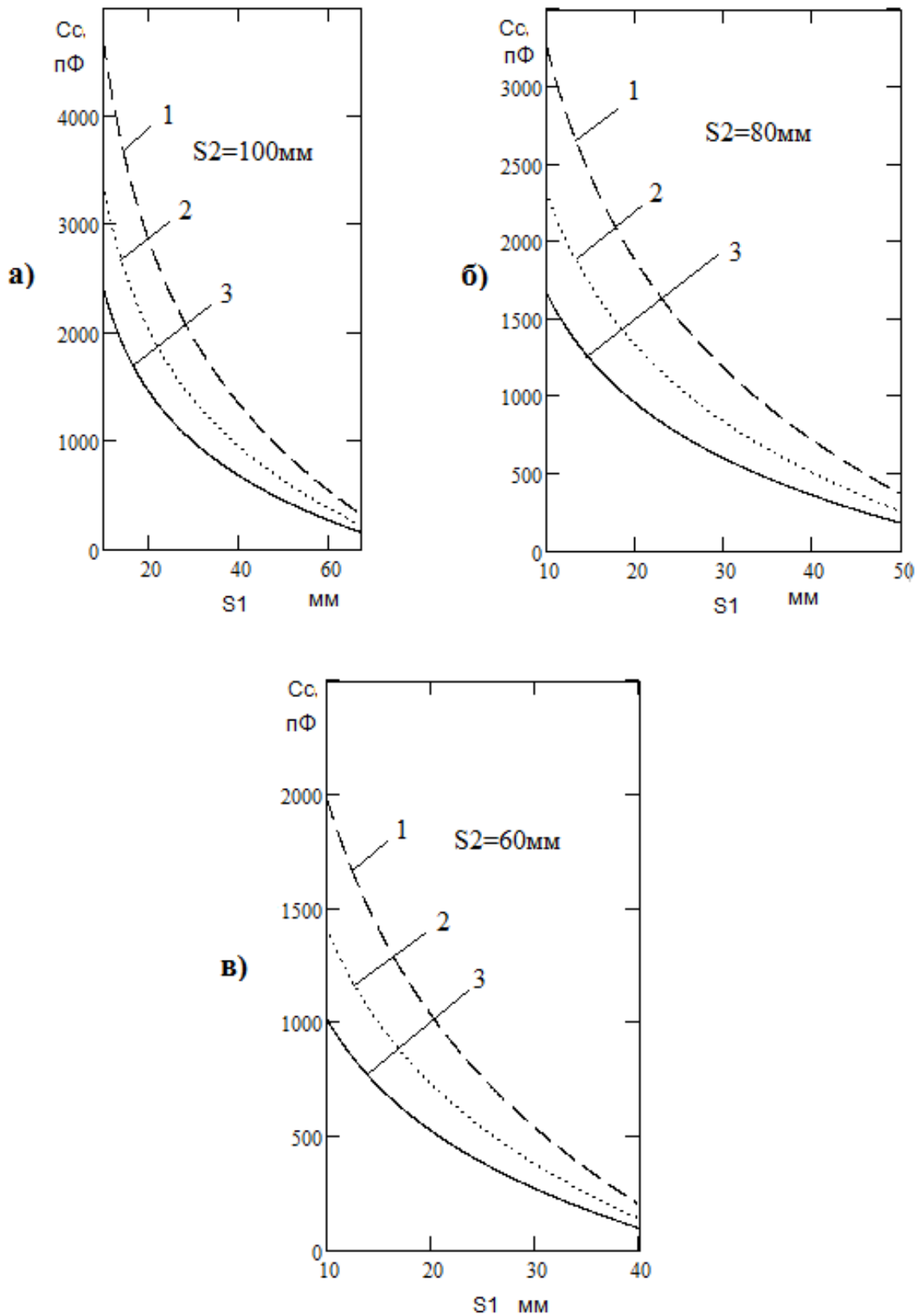


Рис. 4.10. Значення еквівалентної ємності стику при товщині підкладки

$h=1,5\text{мм}$ : 1 –  $\epsilon_r = 30$ ; 2 –  $\epsilon_r = 9,6$ ; 3 –  $\epsilon_r = 4,4$

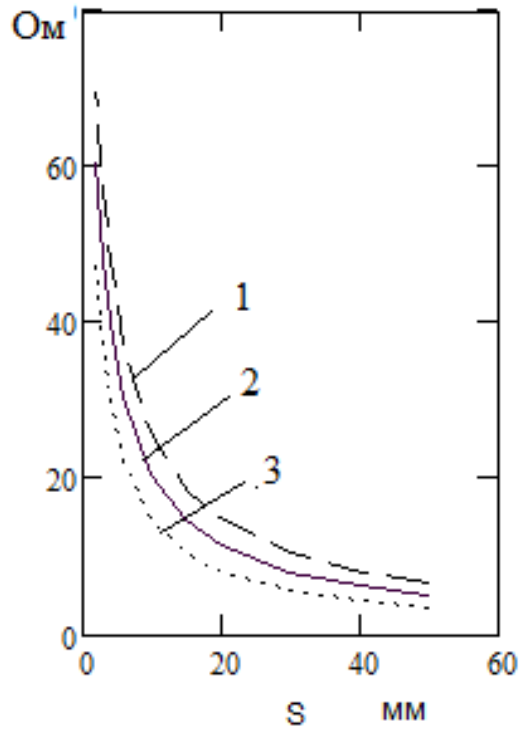


Рис. 4.11. Залежність хвильового опору від ширини смужки мікросмужкової лінії ( $\epsilon_r = 4,4$ ): 1 – товщина підкладки  $h = 2\text{мм}$ ; 2 –  $h = 1,5\text{ мм}$ ; 3 –  $h = 0,5\text{мм}$

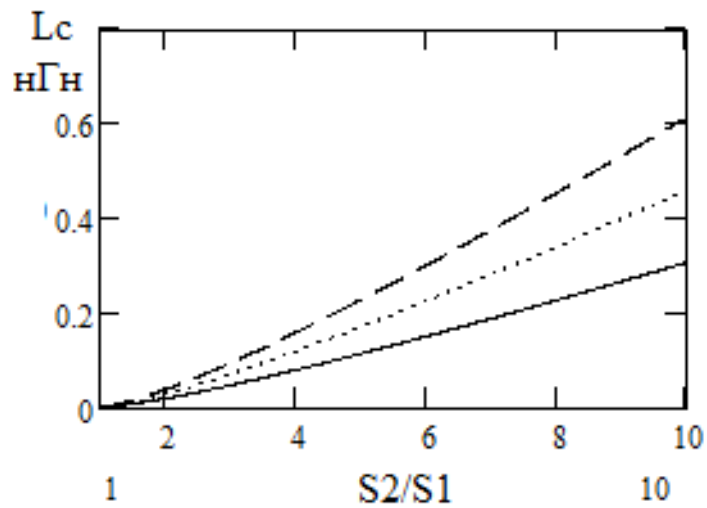


Рис. 4.12. Залежність сумарної індуктивності стику від відношення ширин смужки в області стрибка при товщині підкладки  $h = 1,5\text{мм}$  та товщині смужки  $0,035\text{ мм}$

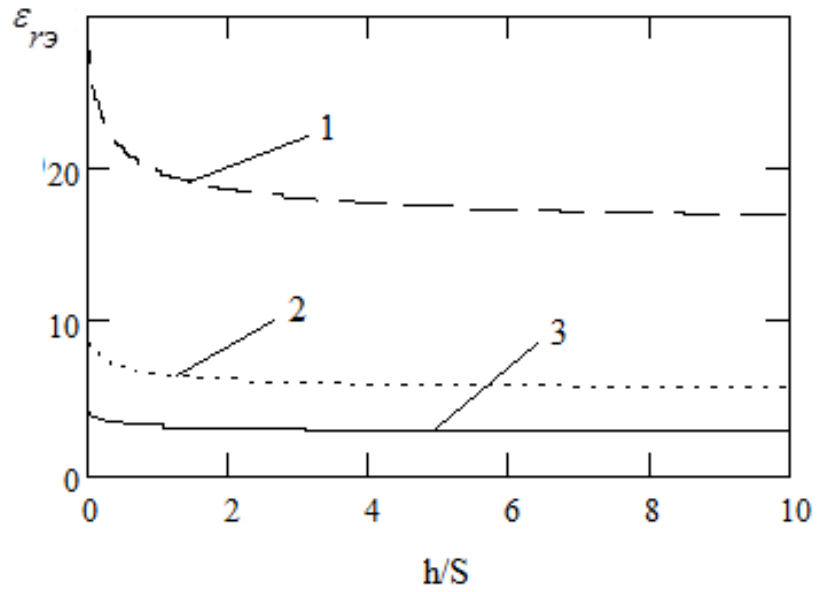


Рис. 4.13. Залежність ефективної відносної діелектричної проникності мікросмужкової лінії  $\epsilon_{re}$  від відношення  $\frac{h}{S}$ :  $h$  – товщина підкладки,  $S$  – ширина металевої смужки, 1 –  $\epsilon_r = 30$ ; 2 –  $\epsilon_r = 9,6$ ; 3 –  $\epsilon_r = 4,4$

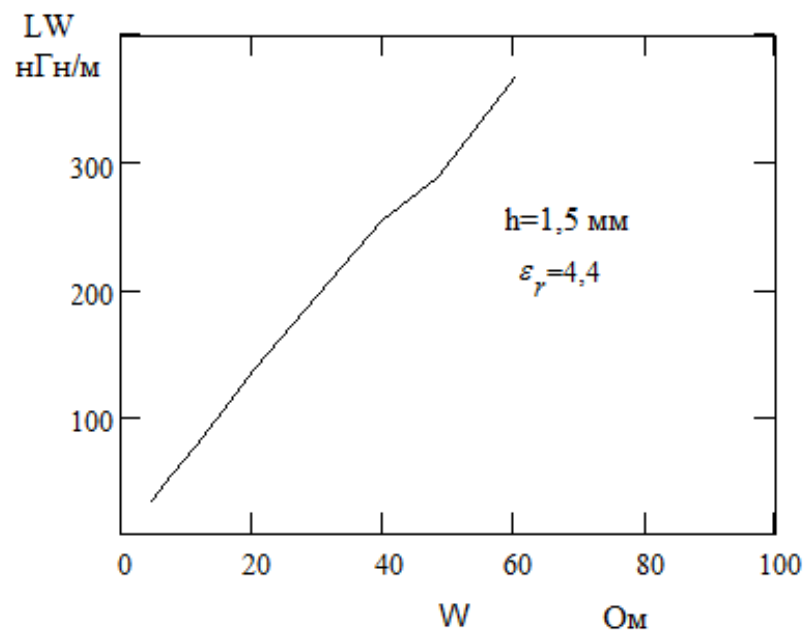


Рис. 4.14. Залежність індуктивності на одиницю довжини від хвильового опору

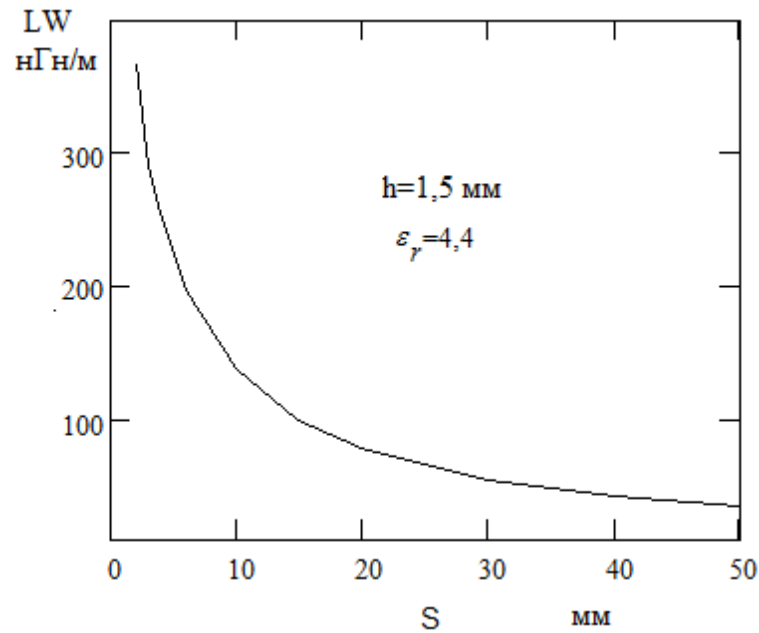


Рис. 4.15. Залежність індуктивності на одиницю довжини від ширини смужки

Скориставшись отриманими графіками та формулами, знайдемо значення елементів схеми рис. 4.9 за наступних даних:

- Товщина підкладки  $h = 1,5$  мм;
- товщина металевої смужки  $0,05$  мм;
- відносна діелектрична проникність підкладки  $\varepsilon_r = 4,4$ ;
- хвильові опори  $W_1 = 60,7 \text{ Ом}$ ,  $W_2 = 20,6 \text{ Ом}$ .

В результаті отримаємо (рис. 4.9):

$$S_2 = 10 \text{ мм}, S_1 = 2 \text{ мм}, L_{W_1} = 369 \text{ нГн/м}, L_{W_2} = 138,5 \text{ нГн/м},$$

$$L_c = 0,169 \text{ нГн/м}, L_2 = 0,046 \text{ нГн}, L_1 = 0,123 \text{ нГн}. C_c = 147 \text{ пФ}.$$

Для аналізу впливу стику на характеристики прохідної послідовної індуктивності перепишемо вхідний опір ланки рис. 4.9 як:

$$z_{ex} = W_1 \frac{z_h chpt_1 + W_1 shpt_1}{W_1 chpt_1 + z_h shpt_1} = W_1 \frac{z_h \cos \omega t_1 + j W_1 \sin \omega t_1}{W_1 \cos \omega t_1 + j z_h \sin \omega t_1}, \quad (4.16)$$

$$z_H = jx_H = j\omega L_1 + \frac{\frac{1}{j\omega C_c}(j\omega L_2 + jW_2 \operatorname{tg}\omega t_1)}{\frac{1}{j\omega C_c} + j\omega L_2 + jW_2 \operatorname{tg}\omega t_1} = j \left( \omega L_1 - \frac{\frac{1}{\omega C_c}(\omega L_2 + W_2 \operatorname{tg}\omega t_1)}{\frac{-1}{\omega C_c} + \omega L_2 + W_2 \operatorname{tg}\omega t_1} \right). \quad (4.17)$$

З урахуванням (4.17) вхідний опір

$$z_{ex} = jx_{ex} = W_1 \frac{jx_H \cos\omega t_1 + jW_1 \sin\omega t_1}{W_1 \cos\omega t_1 - x_H \sin\omega t_1} = jW_1 \frac{x_H \cos\omega t_1 + W_1 \sin\omega t_1}{W_1 \cos\omega t_1 - x_H \sin\omega t_1}. \quad (4.18)$$

З отриманих формул видно, що вхідний опір фільтруючої секції і навантаження  $z_H$  залежать як від частоти  $\omega$ , так і від часу затримки  $t_1$ . Тому перейдемо до єдиної змінної: електричної довжини  $\theta = \omega t_1$ . У цьому випадку отримані вирази можна подати у вигляді

$$z_H = jx_H = j \left( \omega L_1 - \frac{\frac{1}{\omega C_c}(\omega L_2 + W_2 \operatorname{tg}\omega t_1)}{\frac{-1}{\omega C_c} + \omega L_2 + W_2 \operatorname{tg}\omega t_1} \right) = j \left( \theta \frac{L_1}{t_1} - \frac{\frac{1}{\theta \frac{C_c}{t_1}} \left( \theta \frac{L_2}{t_1} + W_2 \operatorname{tg}\theta \right)}{\frac{-1}{\theta \frac{C_c}{t_1}} + \theta \frac{L_2}{t_1} + W_2 \operatorname{tg}\theta} \right) \quad (4.19)$$

$$z_{ex} = jx_{ex} = W_1 \frac{jx_H \cos\omega t_1 + jW_1 \sin\omega t_1}{W_1 \cos\omega t_1 - x_H \sin\omega t_1} = jW_1 \frac{x_H \cos\theta + W_1 \sin\theta}{W_1 \cos\theta - x_H \sin\theta}. \quad (4.20)$$

Таким чином, задавшись часом затримки  $t_1$ , з фізичного обмеження  $\theta = \omega t_1 \ll 1$  маємо обмеження на отримання максимальної частоти фільтруючої ланки. Якщо ж задана максимальна робоча частота ланки, це обмеження дозволяє визначити необхідний час затримки  $t_1$ . При цьому слід пам'ятати, що параметри стику не залежать від часу затримки ліній передачі, а сумарна індуктивність ланки

крім параметрів стику залежить ще від  $t_1$ .

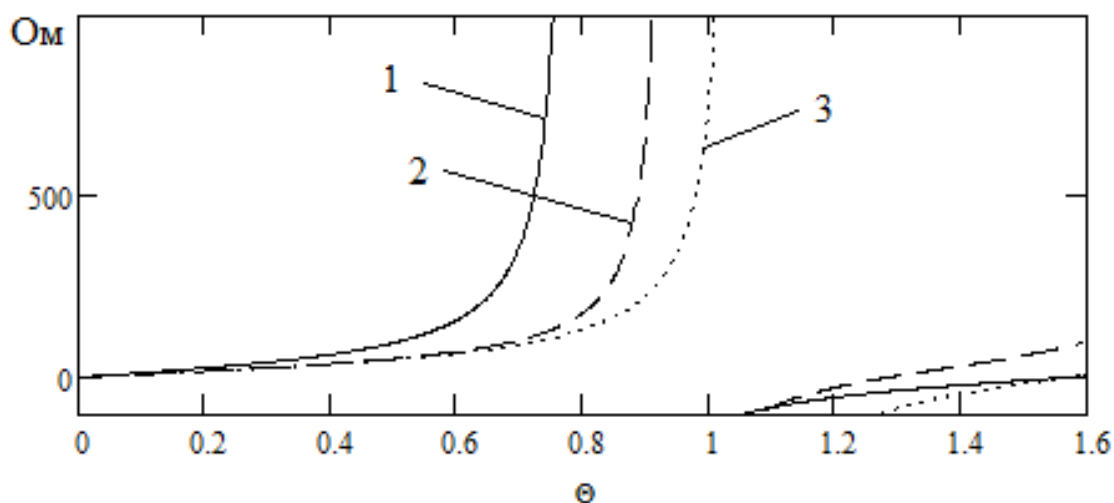


Рис. 4.16. Залежність індуктивного опору ланки рис. 4.9 від електричної довжини: 1 – однорідна лінія з хвильовим опором  $W=60,7$  Ом; 2 – двоступінчаста лінія з урахуванням стику  $C_c=1500$  пФ; 3 – двоступінчаста лінія з урахуванням стику  $C_c=147$  пФ

З рис. 4.16 випливає:

- що збільшення ємності  $C_c$  призводить до зменшення частотного діапазону реалізації індуктивності;
- використання стрибка в смужці призводить до збільшення частотного діапазону реалізації індуктивності.

Для даних рис. 4.16 використання двоступінчастої лінії дозволило збільшити діапазон реалізації індуктивності в 1,33 рази.

#### 4.1.3 Топології реалізації фільтруючих Т- та П-подібних ланок ФНЧ та ФВЧ

При малих електричних довжинах МСЛ їх впливом на властивості фільтруючої ланки можна знехтувати. Тоді схема ланки набуде вигляду

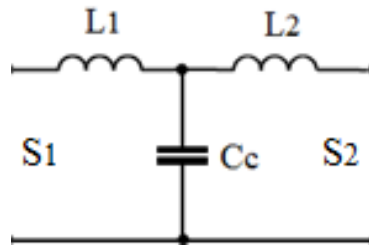


Рис. 4.17. Еквівалентна схема стику МСЛ

Дана схема представляється у вигляді двох Г-подібних LC схем, що широко використовуються при побудові ФНЧ. Таким чином сам стик смужок мікросмужкових ліній є ФНЧ. При реалізації прохідної паралельної ємності слід виходити з низькоомної розімкнутої короткої лінії передачі рис. 4.18. У цьому випадку максимальний діапазон реалізації прохідної ємності реалізується також за рівності часу затримки  $t_1 = t_2$  [16]. Перший полюс провідності  $Y_{\text{вх}}$  у даному випадку визначається виразом аналогічним до (4.6)

$$\omega_1 t_3 = 2 \arctg \sqrt{\frac{W_2}{W_1}} = \Delta_2 \quad (4.21)$$

і характеризує область частот розімкнутої лінії, у межах якої вхідна провідність носить ємнісний характер. З формули (4.21) випливає, що для збільшення частотної області імітації ємності відношення  $\frac{W_2}{W_1}$  має бути якнайбільшим.

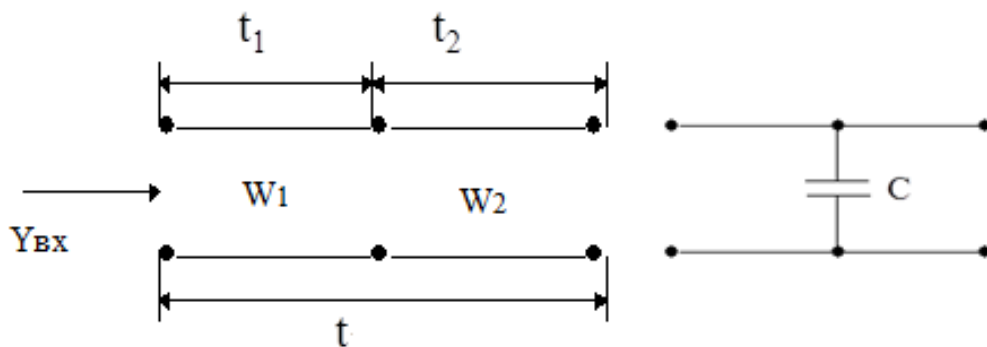


Рис. 4.18. Низькоомна двоступінчаста розімкнена лінія та її низькочастотний еквівалент

Еквівалентна схема стику та розрахункові формули залишаються такими самими, як і при реалізації прохідної індуктивності. Топології реалізації Т- та П-ланок (рис. 4.1) показані на рис. 4.19.

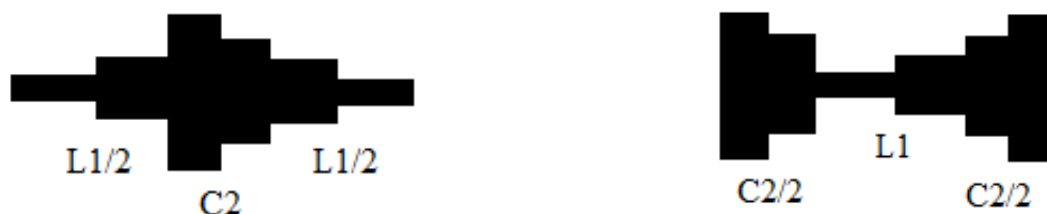


Рис. 4.19. Смужкова топологія Т- і П-подібної ланки ФНЧ

Для підвищення точності розрахунків фільтрів слід зважати на схеми всіх стиків смужкової лінії.

Слід мати на увазі, що характеристики ФНЧ, побудованого на основі ліній передачі, близькі до характеристик ФНЧ, побудованого на зосереджених елементах, в діапазоні електричних довжин  $\omega t_3 \ll 1$  де  $t_3$  - сумарний час затримки всієї фільтруючої ланки. Тому зі зростанням частоти АЧХ фільтра все більше відрізнятиметься від АЧХ зосередженого фільтра. Звідси випливає, що оцінку частотної характеристики розподіленого фільтра досить широкої області частот слід проводити з урахуванням процесів, які відбуваються у лініях передачі.

На рис. 4.20 наведена АЧХ одноланкового Т-подібного фільтра низьких частот за наступних вихідних даних:  $t$  - час затримки ОЛ (однорідної лінії) однієї секції рис. 4.19. Величина  $t$  всіх секцій однакова. Тобто загальний час затримки ланки ФНЧ дорівнює  $6t$ . Опір навантажень становить 50 Ом. Величини елементів ланки  $L_1 = 7,5 \text{ нГн}$ ,  $C_2 = 3 \text{ пФ}$ .



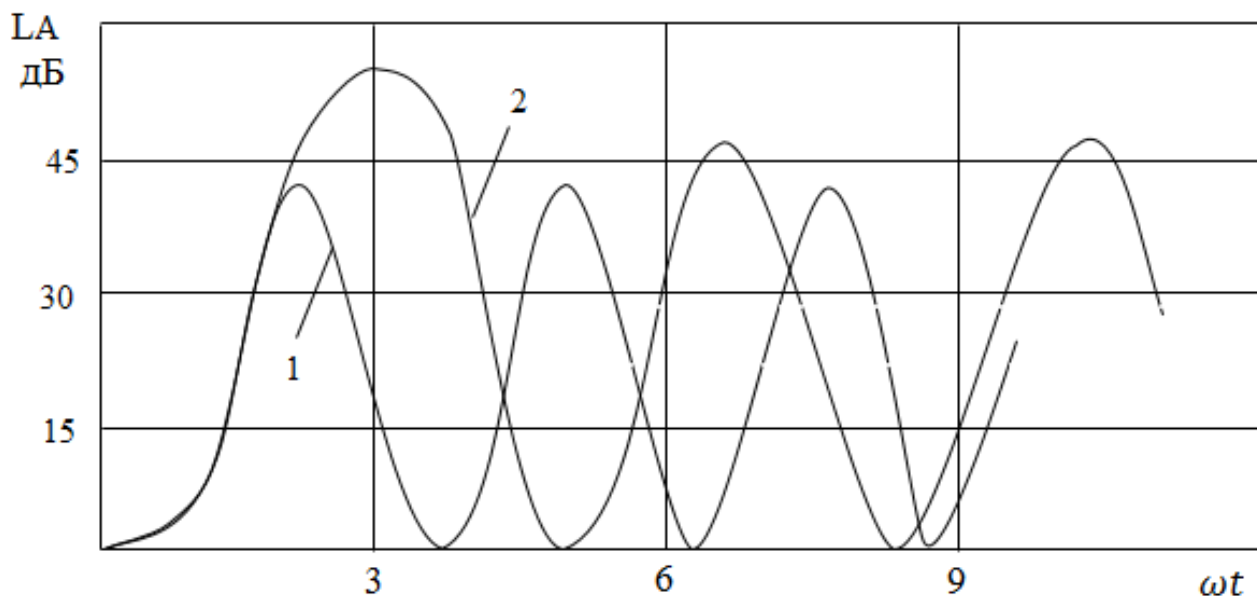


Рис. 4.20. Залежність загасання Т-подібної ланки ФНЧ від електричної довжини: 1 – елементи L,C виконані на однорідних лініях (загальний час затримки всієї ланки такий як і в ланці на НЛ); 2 – елементи L,C виконані на двоступінчастих лініях передачі

Якісна характеристика зосередженого ФНЧ показано на рис.4.21.

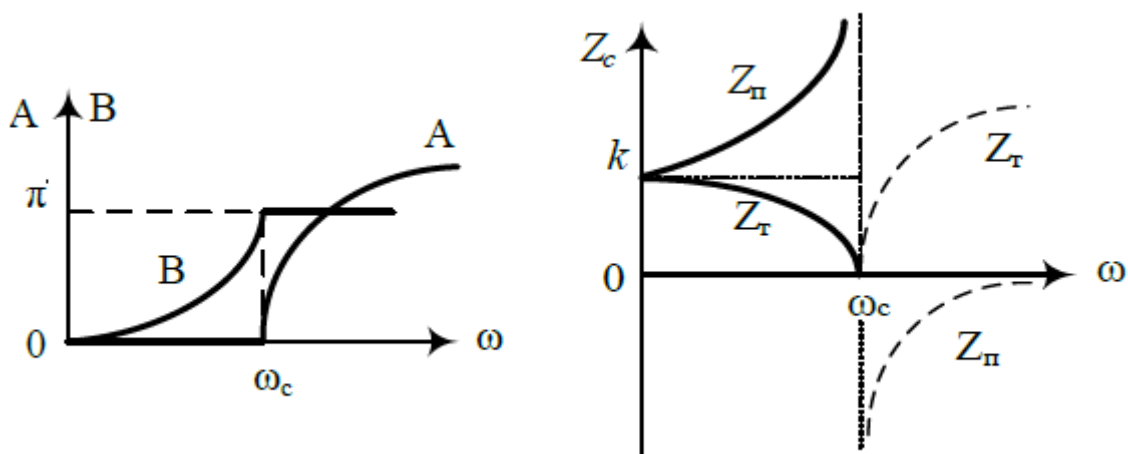


Рис. 4.21. Характеристичні параметри Т та П подібної схеми ФНЧ складеної із зосереджених елементів рис. 4.1.

$L_1 = 7,5 \text{ нГн}$ ,  $C_2 = 3 \text{ пФ}$ ,  $k = \sqrt{L_1/C_2}$ ,  $A = L_A$  – згасання фільтра,  $B$  – коефіцієнт фази,  $Z_T, Z_{\Pi}$  – характеристичні опори Т- та П-подібної схеми.

При побудові фільтрів верхніх частот широко використовуються ланки рис. 4.22.

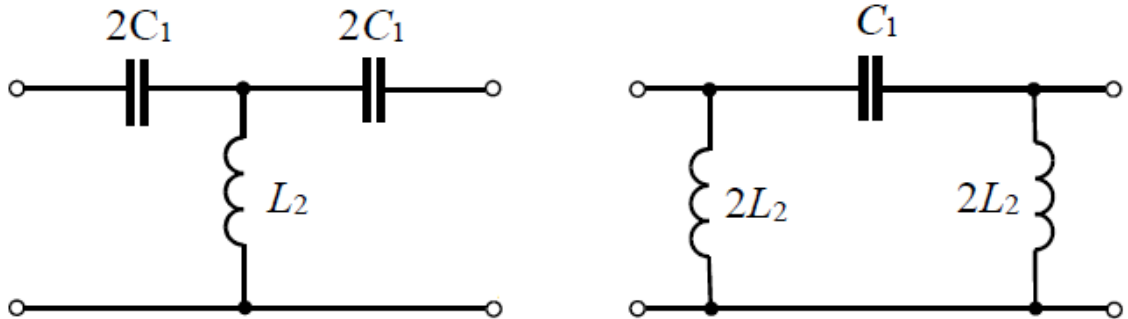


Рис.4.22. Ланки зосередженого фільтра верхніх частот

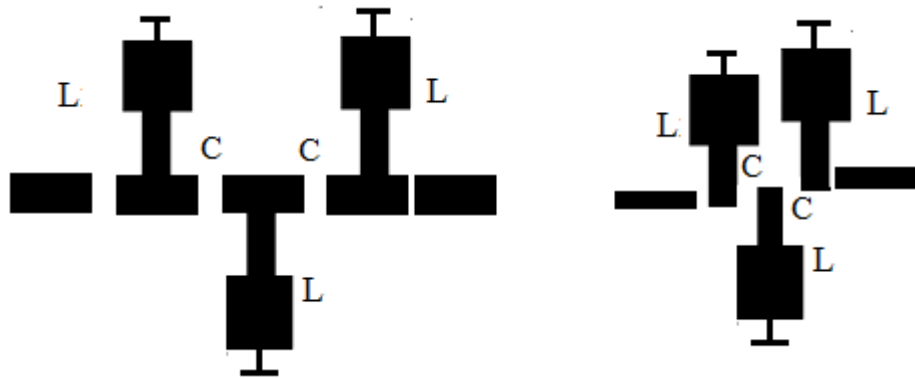


Рис.4.23. Варіанти смужкової топології фільтра верхніх частот

Особливістю побудови ФВЧ є те, що при однаковій електричній довжині секцій при реалізації індуктивності частотний діапазон  $L$  реалізації індуктивності виходить максимальним, що підвищує точність відтворення АЧХ ФВЧ. У порівнянні з існуючими методами реалізації індуктивності [41,61,68,75] використання двох відрізків ліній дозволяє збільшити робочий діапазон відтворення АЧХ зосередженого ФВЧ на 20% - 30%.

## 4.2 Побудова смугово-пропускаючих фільтрів

### 4.2.1 Визначення матриць чотирьохполюсника у вигляді НЛ

Для побудови фільтра будь-якого призначення потрібно знати матриці НЛ, що розглядається як чотирьохполюсник. При цьому за відомої матриці НЛ можна використовувати будь-який метод синтезу фільтрів. Тому основним завданням при використанні НЛ як фільтруючого елемента є визначення чотирьохполюсної матриці лінії передачі. У загальному випадку дане завдання немає замкнутого точного рішення оскільки процеси в НЛ описуються диференціальними рівняннями другого порядку, рішення яких знаходиться у квадратурах лише окремих часткових випадках. Внаслідок цього, визначення точних кінцевих виразів для елементів матриць чотирьохполюсників на основі НЛ можливе для окремих випадків (лінія з експоненційною зміною хвильового опору, лінія з параболічним та гіперболічним хвильовим опором), коли є точне рішення телеграфних рівнянь. Наявність невеликої кількості НЛ для яких відомі рішення телеграфних рівнянь обмежує елементну базу побудови НВЧ телекомунікаційних систем та перешкоджає розробці пристроїв із необхідними амплітудно-частотними характеристиками.

Для визначення чотирьохполюсних матриць НЛ пропонується використовувати властивості лінії як чотирьохполюсника з компактним відрахуванням [60], матриця опорів та провідностей якого не має часткових полюсів, а передатна провідність та передатний опір не мають нулів. Це дозволяє по вхідному опору розімкнутої лінії (вхідній провідності замкнутої лінії) знайти всі елементи матриці опорів та провідностей.

Скористаємося даним методом визначення матриці провідності НЛ з хвильовим опором  $W(\tau) = W_0 / ch^2 a\tau$ , де  $\tau$  - поточний час затримки,  $a$  - додатне число,  $W_0$  - хвильовий опір початку лінії. В даному випадку, як було показано в розділі 2, елемент  $y_{11}$  матриці провідностей  $Y$  дорівнює:

$$y_{11} = \frac{1}{p \int_0^t \frac{W(s)}{u_2^2(p,s)} ds} = \frac{\sqrt{p^2 + a^2}}{pW_0 th \sqrt{p^2 + a^2} t} = \frac{\sqrt{p^2 + a^2} ch \sqrt{p^2 + a^2} t}{pW_0 sh \sqrt{p^2 + a^2} t} \quad (4.22)$$

Прирівнюючи знаменник нулю, знаходимо полюси  $p_k = j\omega_k$  провідності  $y_{11}$ :

$$p_0 = 0, \omega_k^2 = \left(\frac{k\pi}{t}\right)^2 + a^2, k = 1, 2, \dots \quad (4.23)$$

Далі методом [11], знаходимо передатну провідність

$$-y_{12} = \frac{1}{pL_{cm} \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{p_k^2}{\omega_k^2}\right)}, \quad (4.24)$$

де  $L_{cm}$  - статична індуктивність лінії:

$$L_{cm} = \int_0^t W(\tau) d\tau = \int_0^t \frac{W_0}{ch^2 a \tau} d\tau = \frac{W_0}{a} \text{ that.} \quad (4.25)$$

Враховуючи (4.22 - 4.25) знаходимо передатну провідність

$$-y_{12} = \frac{1}{\frac{W_0 p}{chat} \frac{sh \sqrt{p^2 + a^2} t}{\sqrt{p^2 + a^2}}}. \quad (4.26)$$

Зауважимо, що при  $p \rightarrow 0$  провідність  $(-y_{12})$  прагне до провідності статичної індуктивності  $L_{cm}$ , а при  $a \rightarrow 0$  провідність  $-y_{12} \rightarrow \frac{1}{W_0 shpt}$ , тобто у

граничному випадку маємо провідність однорідної лінії з хвильовим опором  $W_0$  і часом затримки  $t$ .

Знайдемо елемент  $y_{22}$  матриці провідностей. Для цього скористаємося умовою компактного відрахування елементів матриці провідностей неоднорідної лінії [60]

$$k_{11}^{(m)}k_{22}^{(m)} - (k_{12}^{(m)})^2 = 0, \quad (4.27)$$

де  $k_{11}^{(m)}, k_{22}^{(m)}, k_{12}^{(m)}$  - відрахування елементів  $y_{11}, y_{22}, y_{33}$ .

Відрахування є коефіцієнтами при розкладанні дробово-раціональної функції у суму найпростіших дробів і для кіл без втрат визначаються виразом [12].

$$k_{ij}^{(m)} = \frac{P(p_m)}{Q'(p_m)}, \quad i = 1, 2; j = 1, 2; m = 1, 2, \dots, \quad (4.28)$$

де  $P$  – поліном чисельника функції,  $Q$  – поліном знаменника,  $p_m$  – корені знаменника.

По відрахуванням та полюсам визначаються елементи матриці провідностей (опорів) кіл без втрат. Зокрема, якщо провідності мають полюс у нулі, як у нашому випадку, то елементи матриці провідностей можна подати у вигляді (для різних елементів  $y_{ij}$  поліноми  $P$  і  $Q$  різні).

$$y_{ij} = \frac{P(p)}{Q(p)} = \frac{k_{ij}^{(0)}}{p} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2k_{ij}^{(m)}}{P^2 + \omega_m^2}, \quad i = 1, 2; j = 1, 2; k_{ij}^{(0)} = \frac{1}{L_{cm}}. \quad (4.29)$$

З урахуванням сказаного, знаходимо відрахування  $y_{11}$ . Для цього запишемо  $y_{11}$  у вигляді

$$y_{11} = \frac{P(p)}{Q(p)} = \frac{ch\sqrt{p^2 + a^2}t}{pW_0sh\sqrt{p^2 + a^2}t} = \frac{k_{11}^{(0)}}{p} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2k_{11}^{(m)}}{p^2 + \omega_m^2}, \quad (4.30)$$

У нашому випадку

$$Q(p) = \frac{W_0psh\sqrt{p^2 + a^2}t}{\sqrt{p^2 + a^2}}, \quad P(p) = ch\sqrt{p^2 + a^2}t. \quad (4.31)$$

Звідки знаходимо відрахування при

$$p = j\omega_m = p_m, \quad \omega_m^2 = \left(\frac{m\pi}{t}\right)^2 + a^2, \quad m = 1, 2, \dots$$

$$k_{11}^{(m)} = \frac{P(p_m)}{Q'(p_m)} = \frac{\cosh(\sqrt{p^2 + a^2} \cdot t)}{W_0 \cdot \left( \frac{d}{dp} \frac{p \cdot \sinh(\sqrt{p^2 + a^2} \cdot t)}{\sqrt{p^2 + a^2}} \right)} = (p^2 + a^2)^{\frac{3}{2}} \times \quad (4.32)$$

$$\times \frac{\cosh\left[(p^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} \cdot t\right]}{\left[ \sinh\left[(p^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} \cdot t\right] \cdot a^2 + p^2 \cdot \cosh\left[(p^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} \cdot t\right] \cdot t \cdot (p^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot W_0}$$

Аналогічно визначаємо відрахування  $y_{12}$  елемента. Враховуючи що

$$-y_{12} = \frac{P(p)}{Q(p)} = \frac{1}{\frac{W_0p}{chat} \frac{sh\sqrt{p^2 + a^2}t}{\sqrt{p^2 + a^2}}}, \quad P(p) = 1, \quad Q(p) = \frac{W_0p}{chat} \frac{sh\sqrt{p^2 + a^2}t}{\sqrt{p^2 + a^2}}, \quad (4.33)$$

знаходимо ( $p=p_m$ )

$$k_{12}^{(m)} = \frac{P(p_m)}{Q'(p_m)} = \frac{-\cosh(a \cdot t)}{W_0 \cdot \left( \frac{d}{dp} \frac{p \cdot \sinh(\sqrt{p^2 + a^2} \cdot t)}{\sqrt{p^2 + a^2}} \right)} = (p^2 + a^2)^{\frac{3}{2}} \times \quad (4.34)$$

$$\times \frac{-\cosh(a \cdot t)}{\left[ \sinh \left[ (p^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} \cdot t \right] \cdot a^2 + p^2 \cdot \cosh \left[ (p^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} \cdot t \right] \cdot t \cdot (p^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot W_0}.$$

Таким чином передатна провідність і елемент матриці провідностей набуває вигляду:

$$y_{12} = \frac{k_{12}^{(0)}}{p} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2k_{12}^{(m)}}{P^2 + \omega_m^2}, \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2; \quad k_{12}^{(0)} = \frac{1}{L_{cm}}, \quad (4.35)$$

$$y_{22} = \frac{k_{22}^{(0)}}{p} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2k_{22}^{(m)}}{P^2 + \omega_m^2}, \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2; \quad k_{22}^{(0)} = \frac{1}{L_{cm}}. \quad (4.36)$$

Відрахування  $k_{22}^{(m)}$  знаходяться з умови компактності (4.27)

$$k_{11}^{(m)} k_{22}^{(m)} - (k_{12}^{(m)})^2 = 0:$$

$$k_{22}^{(m)} = \frac{(k_{12}^{(m)})^2}{k_{11}^{(m)}}. \quad (4.37)$$

Таким чином, матриця провідностей повністю визначена. Знаючи матрицю провідностей, можна синтезувати різні типи фільтрів, користуючись відомими методами [61]. Розглянемо синтез смугово-пропускаючих фільтрів (СПФ). Для цього спочатку визначимо еквівалентні схеми НЛ в області полюсів елементів

матриці опорів та провідностей.

#### 4.2.2 Схема заміщення в області резонансних частот

Для ліній без втрат матрицю опорів можна записати як

$$[Z] = [Z]_0 + \sum_{v=1}^{\infty} [Z]_v, \quad [Z]_0 = \frac{1}{pC_{cm}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad [Z]_v = \frac{2p}{p^2 + \omega_v^2} [k_{mn}^{(v)}], \quad v=1,2, \quad (4.38)$$

де  $C_{cm}$  – статична ємність лінії;  $[k_{mn}^{(v)}]$  – матриця відрахувань елементів матриці опорів у полюсах  $p_v = j\omega_v$ ,  $v=1,2,3,\dots$ ,  $m=1,2$ ;  $n=1,2$ :

$$[k_{mn}^{(v)}] = \begin{bmatrix} \text{res}Z_{11} & \text{res}Z_{12} \\ \text{res}Z_{12} & \text{res}Z_{22} \end{bmatrix}. \quad (4.39)$$

З (4.38), (4.39) випливає, що в області резонансної частоти  $\omega_v$ , тобто в області полюса  $p_v = j\omega_v$ , має місце наближена рівність

$$[Z] \approx [Z]_v = \begin{bmatrix} \frac{2k_{11}^{(v)} p}{p^2 + \omega_v^2} & \frac{2k_{12}^{(v)} p}{p^2 + \omega_v^2} \\ \frac{2k_{12}^{(v)} p}{p^2 + \omega_v^2} & \frac{2k_{22}^{(v)} p}{p^2 + \omega_v^2} \end{bmatrix}. \quad (4.40)$$

Оскільки лінія є компактним чотириполюсником

$$k_{11}^{(v)} k_{22}^{(v)} - (k_{12}^{(v)})^2 = 0, \quad (4.41)$$

то матрицю (4.40) з урахуванням (4.41) можна реалізувати у вигляді чотириполюсної схеми рис. 4.24.



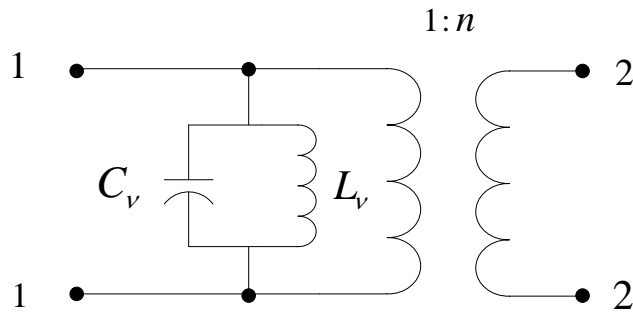


Рис. 4.24. Еквівалентна схема неоднорідної лінії в області резонансних частот

Для підтвердження знайдемо елементи матриці опорів схеми рис. 4.24. Представимо дану схему у вигляді каскадного з'єднання контуру та ідеального трансформатора. Тоді елементи матриці опорів схеми можна подати у вигляді [6,7]:

$$Z_{11} = \frac{1}{C_v} p, \quad Z_{22} = \frac{n^2}{C_v} p, \quad Z_{12} = \frac{n}{C_v} p. \quad (4.42)$$

Порівнюючи (4.42) з (4.40), знаходимо

$$C_v = \frac{1}{2k_{11}^{(v)}}, \quad L_v = \frac{2k_{11}^{(v)}}{\omega_v^2}, \quad n = \frac{k_{12}^{(v)}}{k_{11}^{(v)}} = \frac{k_{22}^{(v)}}{k_{12}^{(v)}}. \quad (4.43)$$

Аналогічно можна одержати другу еквівалентну схему рис. 4.25.

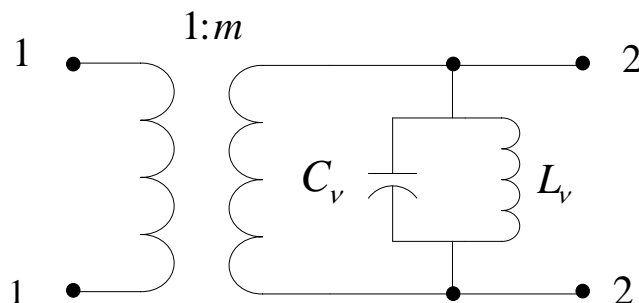


Рис. 4.25. Друга еквівалентна схема неоднорідної лінії у сфері резонансних частот

В даному випадку елементи матриці опорів, як впливає з рис. 4.25, мають вигляд

$$Z_{11} = \frac{1}{m^2} \frac{\frac{1}{C_v} p}{p^2 + \omega_v^2}, \quad Z_{22} = \frac{\frac{1}{C_v} p}{p^2 + \omega_v^2}, \quad Z_{12} = \frac{1}{m} \frac{\frac{1}{C_v} p}{p^2 + \omega_v^2}. \quad (4.44)$$

Зіставляючи (4.44) з (4.40), отримаємо

$$C_v = \frac{1}{2k_{22}^{(v)}}, \quad L_v = \frac{2k_{22}^{(v)}}{\omega_v^2}, \quad m = \frac{k_{12}^{(v)}}{k_{11}^{(v)}} = \frac{k_{22}^{(v)}}{k_{12}^{(v)}}. \quad (4.45)$$

Тобто коефіцієнт трансформації обох схем рис. 4.24, 4.25 однаковий. Відмінність спостерігається у визначенні індуктивності та ємності контуру.

### 4.2.3 Схема заміщення у сфері протирезонансних частот

Під протирезонансною частотою розуміється частота послідовного резонансу, тобто коли провідність кола без втрат перетворюється на нескінченність. Тобто протирезонансні частоти визначаються полюсами вхідної провідності в площині комплексної частотної змінної.

Для ліній без втрат матрицю провідностей можна записати як

$$[Y] = [Y]_0 + \sum_{v=1}^{\infty} [Y]_v, \quad [Y]_0 = \frac{1}{pL_{cm}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad [Y]_v = \frac{2p}{p^2 + \omega_v^2} [k_{mn}^{(v)}], \quad v = 1, 2, \quad (4.46)$$

де  $L_{cm}$  – статична індуктивність лінії;  $[k_{mn}^{(v)}]$  – матриця відрахувань елементів матриці провідностей у полюсах  $p_v = j\omega_v$ ,  $v = 1, 2, 3, \dots$ ,  $m = 1, 2$ ;  $n = 1, 2$ :

$$[k_{mn}^{(v)}] = \begin{bmatrix} \text{res}Z_{11} & \text{res}Z_{12} \\ \text{res}Z_{12} & \text{res}Z_{22} \end{bmatrix}. \quad (4.47)$$

З (4.46), (4.47) випливає, що в області протирезонансної частоти  $\omega_v$ , тобто в області полюса  $p_v = j\omega_v$ , має місце наближена рівність

$$[Y] \approx [Y]_v = \begin{bmatrix} \frac{2k_{11}^{(v)} p}{p^2 + \omega_v^2} & \frac{2k_{12}^{(v)} p}{p^2 + \omega_v^2} \\ \frac{2k_{12}^{(v)} p}{p^2 + \omega_v^2} & \frac{2k_{22}^{(v)} p}{p^2 + \omega_v^2} \end{bmatrix}. \quad (4.48)$$

При цьому, як і при розгляді матриці опорів, лінія є компактним чотириполюсником.

$$k_{11}^{(v)} k_{22}^{(v)} - (k_{12}^{(v)})^2 = 0. \quad (4.49)$$

Розглянемо матрицю провідностей схеми рис.4.26:

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{\frac{1}{L_v} p}{p^2 + \omega_v^2} & \frac{-\frac{1}{nL_v} p}{p^2 + \omega_v^2} \\ \frac{-\frac{1}{nL_v} p}{p^2 + \omega_v^2} & \frac{\frac{1}{n^2 L_v} p}{p^2 + \omega_v^2} \end{bmatrix}. \quad (4.50)$$

Для визначення елементів еквівалентної схеми порівнюємо (4.50) та (4.48).

В результаті отримуємо:

$$L_v = \frac{1}{2k_{11}^{(v)}}, \quad C_v = \frac{2k_{11}^{(v)}}{\omega_v^2}, \quad n = -\frac{k_{11}^{(v)}}{k_{12}^{(v)}} = -\frac{k_{12}^{(v)}}{k_{22}^{(v)}}. \quad (4.51)$$

Аналогічно визначаються параметри другої еквівалентної схеми області протирезонансних частот. Для схеми рис. 4.27 матриця провідностей:

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{m^2}{L_v} p & -\frac{m}{L_v} p \\ \frac{m}{L_v} p & \frac{1}{L_v} p \\ \frac{m^2}{L_v} p & -\frac{m}{L_v} p \\ \frac{m}{L_v} p & \frac{1}{L_v} p \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{p^2 + \omega_v^2} \quad (4.52)$$

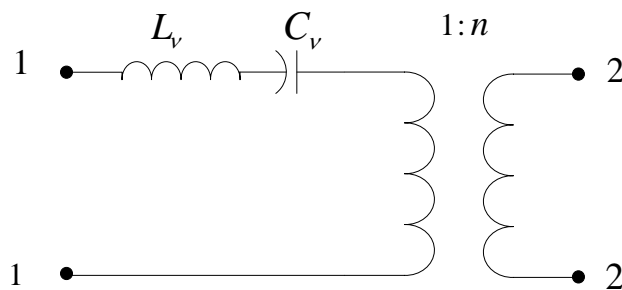


Рис. 4.26. Еквівалентна схема неоднорідної лінії в області протирезонансних частот

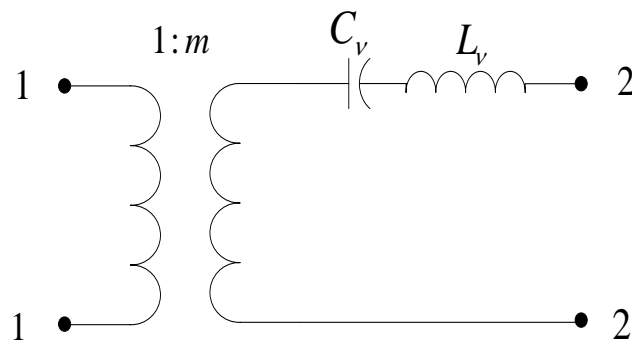


Рис. 4.27. Друга еквівалентна схема неоднорідної лінії в області протирезонансних частот

Прирівнюючи (4.48) та (4.52), знаходимо умови еквівалентності

$$L_v = \frac{1}{2k_{22}^{(v)}}, \quad C_v = \frac{2k_{22}^{(v)}}{\omega_v^2}, \quad m = -\frac{k_{11}^{(v)}}{k_{12}^{(v)}} = -\frac{k_{12}^{(v)}}{k_{22}^{(v)}}. \quad (4.53)$$

#### 4.2.4 Фільтри з резонаторами паралельного типу

В узагальненому вигляді розрахункові формули для схеми рис. 4.28 мають вигляд [101]:

$$b_j = \frac{\omega_0}{2} \frac{dB_j(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega = \omega_0}, \quad J_{01} = \sqrt{\frac{G_A b_1 w}{g_0 g_1 \omega_1}}, \quad J_{j,j+1} = \frac{w}{\omega_1} \sqrt{\frac{b_j b_{j+1}}{g_j g_{j+1}}}, \quad j = 1, \dots, n-1; \quad (4.54)$$

$$J_{n,n+1} = \sqrt{\frac{G_B b_n w}{g_n g_{n+1} \omega_1}}, \quad w = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}.$$

де  $g_0, g_1, \dots, g_{n+1}$  - параметри прототипу ФНЧ;  $\omega_1$  - смуга пропускання ФНЧ-прототипу;  $B_k(\omega)$ , ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) - провідність паралельного коливального контуру.

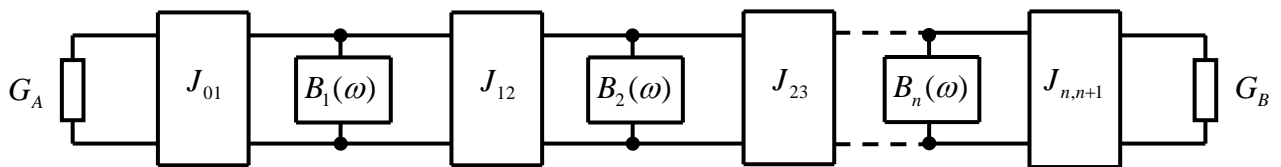


Рис. 4.28. Узагальнена схема СПФ з інверторами провідностей

Замінімо паралельні контури нерегулярними лініями передачі (рис. 4.29).

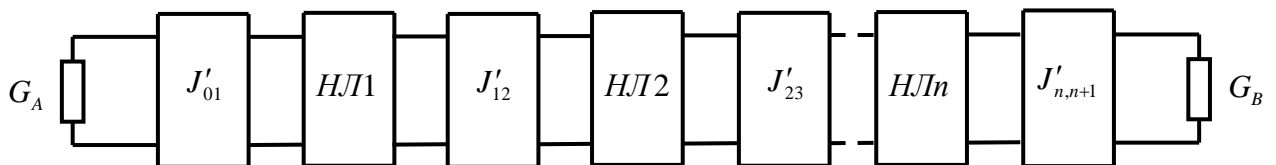


Рис. 4.29. Узагальнена схема СПФ на НЛ з інверторами провідностей

Оскільки J-інвертори (інвертори провідностей) забезпечують високоомність навантажень НЛ, то області резонансної частоти ланка «НЛ – інвертор» має еквівалентну схему рис. 4.30.

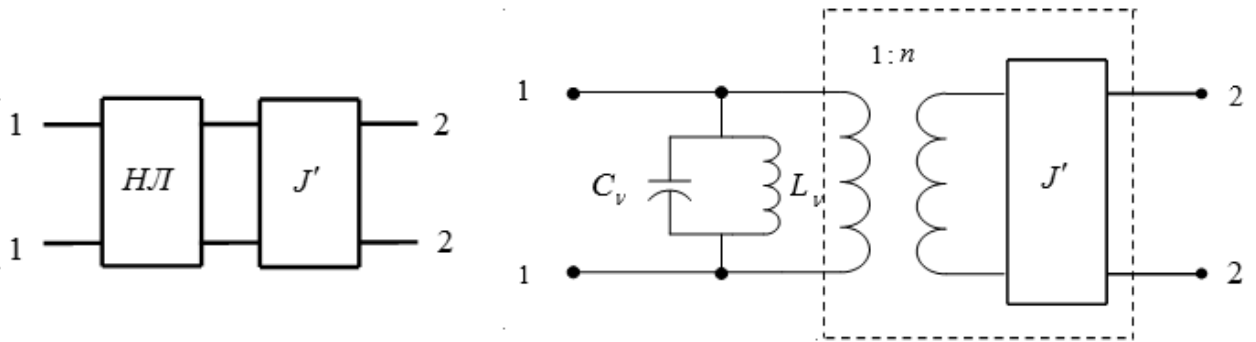


Рис. 4.30. Еквівалентна схема ланки «НЛ – інвертор» в області резонансної частоти

Знайдемо колову матрицю з'єднання «ідеальний трансформатор – інвертор» (рис. 4.30):

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \pm \frac{j}{J'} \\ \pm jJ' & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm \frac{j}{nJ'} \\ \pm jnJ' & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.55)$$

Таким чином, чотирьополіусник, обведений пунктирною лінією на рис. 4.30 є інвертором провідностей з коефіцієнтом інверсії  $nJ'$ . Отже, щоб схеми рис.4.28 і 4.29 були еквівалентними, потрібно виконати умову  $nJ' = J$  для всіх ланок НЛ – інвертор. В результаті отримаємо умову еквівалентності обох схем:

$$J'_{01} = J_{01}, \quad J'_{12} = \frac{J_{12}}{n}, \quad J'_{23} = \frac{J_{23}}{n}, \quad \dots, \quad J'_{n,n+1} = \frac{J_{n,n+1}}{n}. \quad (4.56)$$

Отже, під час розрахунку СПФ на НЛ слід користуватися формулами (4.54). Тільки коефіцієнти інверсії треба визначати з умов (4.56).

Якщо скористатися другою еквівалентною схемою НЛ (рис. 4.25), слід розглядати ланки «інвертор - НЛ» у сфері резонансних частот.

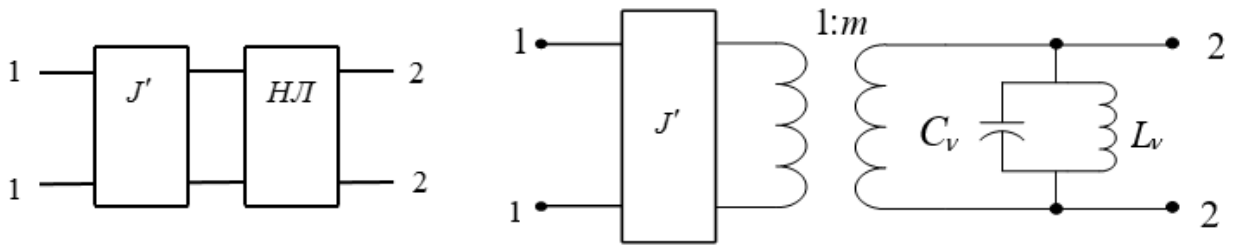


Рис. 4.31. Еквівалентна схема ланки «інвертор - НЛ» в області резонансної частоти

Колова матриця з'єднання «інвертор - ідеальний трансформатор»:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \pm \frac{j}{J'} \\ \pm jJ' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm \frac{jm}{J'} \\ \pm j \frac{1}{m} J' & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.57)$$

Вираз (4.57) відповідає інвертору провідності з коефіцієнтом інверсії  $\frac{J'}{m}$ .

Отже, для еквівалентності схем рис. 4.28 та 4.29, необхідно щоб  $\frac{J'}{m} = J$ , тобто

$$J'_{01} = mJ_{01}, \quad J'_{12} = mJ_{12}, \quad J'_{23} = mJ_{023}, \quad \dots, \quad J'_{n,n+1} = mJ_{n,n+1}. \quad (4.58)$$

#### 4.2.5 Фільтри із резонаторами послідовного типу

Розрахункові формули для схеми рис. 4.32 мають вигляд:

$$x_j = \frac{\omega_0}{2} \frac{dX_j(\omega)}{d\omega}, \quad \omega = \omega_0, \quad K_{01} = \sqrt{\frac{R_A x_1 w}{g_0 g_1 \omega_1}}, \quad K_{j,j+1} = \frac{w}{\omega_1} \sqrt{\frac{x_j x_{j+1}}{g_j g_{j+1}}}, \quad j = 1, \dots, n-1; \quad (4.59)$$

$$K_{n,n+1} = \sqrt{\frac{R_B x_n w}{g_n g_{n+1} \omega_1}}, \quad w = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}.$$

$x_j$  - параметр крутизни реактивного опору;  $X_k(\omega)$ , ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) - реактивні опори

послідовних контурів.

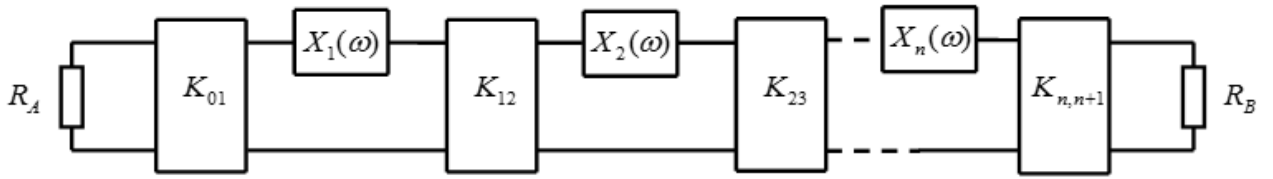


Рис. 4.32. Узагальнена схема СПФ з інверторами опорів

У схемі рис. 4.32 замінимо реактивності  $X_k(\omega)$  на НЛ

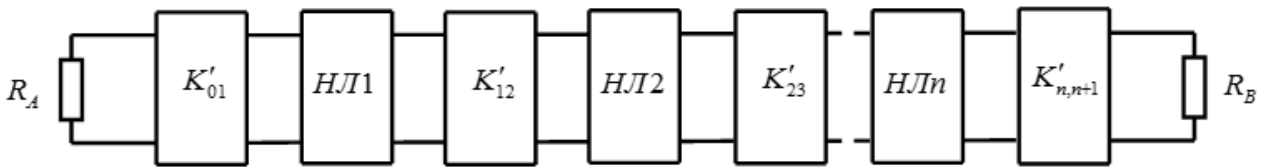


Рис. 4.33. Узагальнена схема СПФ на НЛ із інверторами опорів

Звідси знаходимо еквівалентну схему ланки НЛ-інвертор

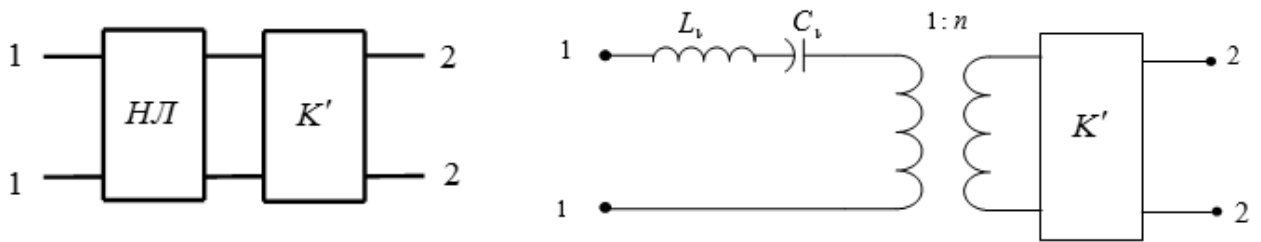


Рис. 4.34. Ланка «НЛ-інвертор опорів» та її еквівалентна схема в області протирезонансної частоти

Знаходимо А-матрицю з'єднання трансформатор-інвертор (рис. 4.34)

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \pm jK' \\ \pm \frac{j}{K'} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm \frac{jK'}{n} \\ \pm \frac{jn}{K'} & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.60)$$



Умови еквівалентності схем рис. 4.32 та 4.33:  $\frac{K'}{n} = K$ , тобто:

$$K'_{01} = K_{01}, K'_{12} = K_{12}n, K'_{23} = K_{23}n, \dots, K'_{n,n+1} = K_{n,n+1}n. \quad (4.61)$$

Якщо виходити з схеми рис. 4.27, то умова еквівалентності запишеться як:

$$K'_{01} = \frac{K_{01}}{m}, K'_{12} = \frac{K_{12}}{m}, K'_{23} = \frac{K_{23}}{m}, \dots, K'_{n,n+1} = \frac{K_{n,n+1}}{m}. \quad (4.62)$$

За отриманими формулами був синтезований СПФ з двома паралельними шлейфами на основі замкнутої однорідної лінії та одним шлейфом на основі трьох

НЛ із хвильовими опорами  $\frac{W_0 i}{ch^2 a_i \tau}$ , ( $i=1,2,3$ ) (рис. 4.35, 4.36): з такими даними:

- відносні смуги пропускання  $\omega = 0,05; 0,15; 0,3$ ;
- згасання в смузі пропускання  $L_r = 2\text{дБ}$ ;
- провідності навантажень  $Y_A = Y_B = 1 \text{ Сим}$ .
- центральна частота першої паразитної смуги пропускання не менше ніж 7 разів перевищує центральну частоту смуги пропускання.

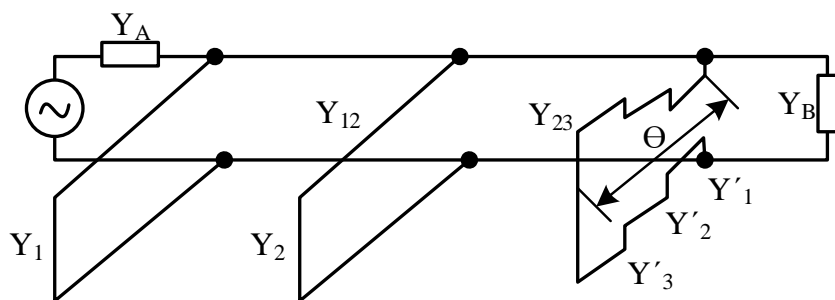


Рис. 4.35. Схема трьохшлейфного прототипу СПФ

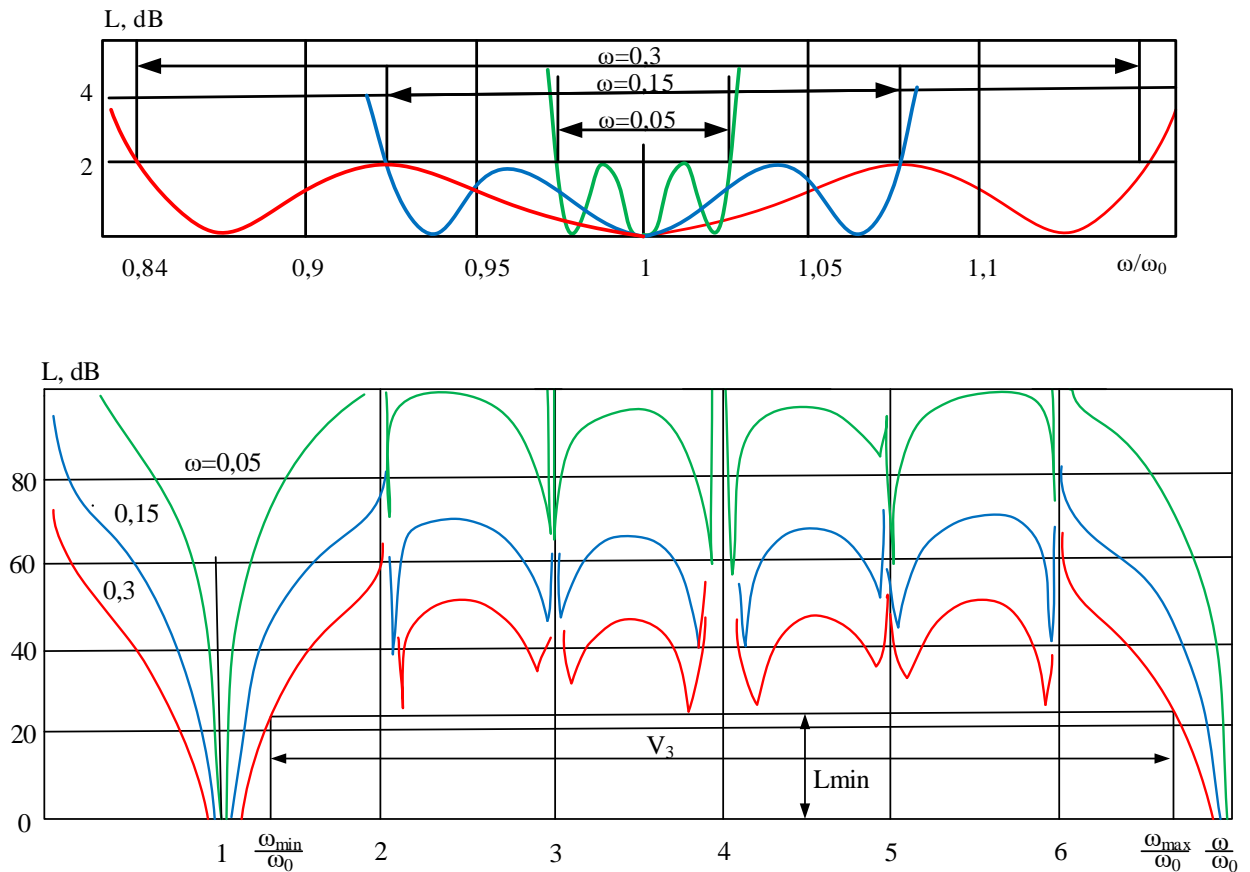


Рис. 4.36. Амплітудно-частотна характеристика прототипу СПФ;  $\omega_0$  - центральна частота смуги пропускання,  $V_3$  - ширина області загородження,  $L_{min}$  - мінімальне згасання в області загородження

В якості перших двох резонаторів бралися однорідні замкнуті відрізки ліній передачі з часом затримки  $\pi/2\omega_0$  і хвильовими провідностями:

$$Y_1 = 66,5 C_m(\omega = 0,05); \quad 0,5 C_m(\omega = 0,15); \quad 29 C_m(\omega = 0,3);$$

$$Y_2 = 133 C_m(\omega = 0,05); \quad 41 C_m(\omega = 0,15); \quad 18 C_m(\omega = 0,3).$$

Третій резонатор утворений трьома НЛ з однаковим часом затримки, з'єднаними каскадно, (рис. 4.35), із сумарною електричною довжиною  $\theta=1,178$  радіан та хвильовими провідностями

$$Y_k^1 = \left( \frac{W_0}{ch^2 a \tau} \right)^{-1}, \quad k = 1, 2, 3. \quad (4.63)$$

При цьому різним значенням  $k$  відповідають різні значення  $W_0$ .

Час затримки кожної ступені при різних відносних смугах пропускання однаковий:  $t' = 0,4/\omega_0$ ,  $0 \leq \tau \leq t'$ .

При  $\omega = 0,05$  Хвильові опори ступенів  $W_0$  (4.63)  
 $W_{01} = 2 \text{ Ом}, W_{02} = 4,8 \text{ Ом}, W_{03} = 9,2 \text{ Ом},$

При  $\omega = 0,15$  хвильові опори ступенів  $W_0$  (4.63)  
 $W_{01} = 2 \text{ Ом}, W_{02} = 4,8 \text{ Ом}, W_{03} = 9,2 \text{ Ом}.$

При  $\omega = 0,3$  хвильові опори ступенів  $W_0$  (4.63)  
 $W_{01} = 5,5 \text{ Ом}, W_{02} = 10,8 \text{ Ом}, W_{03} = 16,2 \text{ Ом}.$

Резонатори пов'язані між собою чвертьхвильовими трансформаторами (інверторами) на однорідних лініях передачі з хвильовими опорами  $W=14,3 \text{ Ом}$ .

З аналізу отриманих залежностей випливає:

1. При синтезі СПФ можна використовувати метод Кона та інші методи синтезу фільтрів. При цьому при використанні резонаторів, виконаних на НЛ слід враховувати наявність додаткового трансформатора, що вносить корекцію у визначенні параметрів інверторів.

2. Використання НЛ як резонаторів дозволяє вибором хвильового опору збільшити смугу загородження СПФ порівняно з СПФ на резонаторах на основі однорідних ліній. Зокрема, якщо як резонатори використовувати тільки однорідні лінії, то перші паразитні смуги пропускання виникнуть при  $\omega/\omega_0 = 3, 5$ .

3. Зі збільшенням смуги пропускання відбувається зменшення мінімуму загасання в області загородження.

4. АЧХ в області загородження є сильно порізаною. Максимум згасання виникає на частотах послідовного резонансу паралельних шлейфів. Мінімуми згасання розташовані між цими частотами. Тому для збільшення загасання в області загородження необхідно використовувати резонатори з розрядженим спектром частот паралельного і послідовного резонансу.

## Висновки до розділу 4

1. Показано, що при використанні в якості зосереджених елементів  $L$ ,  $C$  ступінчастих ліній, для підвищення точності розрахунків необхідно враховувати індуктивності та ємності стрибків хвильового опору. При цьому для збільшення частотної області реалізації зосереджених елементів необхідно скоригувати хвильові опори та час затримки відрізків однорідних ліній, отриманих при не врахуванні параметрів стиків ліній.

2. Розроблено варіанти топології реалізації ФНЧ та ФВЧ.

3. Визначено матриці провідностей та опорів нових типів НЛ, які збільшують елементну базу проектування фільтруючих та узгоджувальних пристроїв.

4. При синтезі СПФ на нових типах НЛ можна використовувати метод Кона та інші методи синтезу фільтрів. При цьому при використанні резонаторів, виконаних на НЛ слід враховувати наявність додаткового трансформатора, що вносить корекцію у визначення параметрів інверторів.

5. Використання НЛ як резонаторів дозволяє вибором хвильового опору збільшити смугу загородження СПФ порівняно з СПФ на резонаторах на основі однорідних ліній. Зокрема, якщо як резонатори використовувати тільки однорідні лінії, то перші дві паразитні смуги пропускання виникнуть при  $\omega / \omega_0 = 3, 5$ .

6. Зі збільшенням смуги пропускання відбувається зменшення мінімуму загасання в області загородження.

7. АЧХ у сфері загородження є сильно порізаною. Максимум згасання виникає на частотах послідовного резонансу паралельних шлейфів. Мінімуми згасання розташовані між цими частотами. Тому для збільшення загасання в області загородження необхідно використовувати резонатори з розрядженим спектром частот паралельного і послідовного резонансу.

## ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

Розв'язано задачу розвитку і удосконалення методів синтезу розподілених фільтруючих структур з використанням розширеного класу елементів неоднорідних ліній. На основі отриманих результатів синтезовані розподілені фільтри на неоднорідних лініях з покращеними амплітудно-частотними характеристиками, що перевершують існуючі аналоги.

### Основні результати дисертаційної роботи

1. На підставі огляду літературних джерел здійснено аналіз стану та перспектив розробки розподілених фільтруючих структур на неоднорідних лініях передачі. Показано, що в даний час при проектуванні пасивних пристроїв НВЧ переважно використовуються однорідні відрізки ліній передачі, що в ряді випадків не дозволяє покращити електричні характеристики фільтруючих пристроїв. Ця обставина є перешкодою подальшого поліпшення характеристик різних пристроїв радіотехніки.

Показано, що для покращення характеристик пасивних пристроїв НВЧ як базовий елемент доцільно використовувати неоднорідні лінії, в яких опір хвиль залежить від поточної довжини. Отримання кращих характеристик пристроїв досягається підбором закону зміни хвильового опору.

Встановлено, що основною перешкодою використання НЛ є неможливість отримання в загальному випадку точних розв'язків телеграфних рівнянь, що не дозволяє визначити параметри НЛ як чотириполюсника.

2. Визначено вхідний опір НЛ та хвильовий опір при зміщенні дійсного нуля або полюса вхідного опору однорідної лінії, навантаженої на активний опір. Для даного типу НЛ, а також НЛ з хвильовим опором, зворотним квадрату гіперболічного косинуса, отримані аналітичні вирази для визначення чотириполюсних параметрів неоднорідної лінії передачі.

3. Використання НЛ при побудові фільтрів дозволяє реалізувати різні залежності характеристичного опору від частоти, що розширює клас використовуваних навантажень при фільтрації та узгодженні.

4. Аналіз АЧХ фільтрів показує, що використання НЛ дає можливість при

синтезі фільтрів НВЧ використовувати метод характеристичних параметрів. Внаслідок цього чутливість електричних параметрів фільтра до розкиду конструктивних параметрів фільтрових ланок зменшується порівняно з конструкціями фільтра, синтезованого іншими методами.

Подальші дослідження щодо побудови фільтрів та узгоджувальних пристроїв з використанням методу характеристичних параметрів пов'язані з визначенням впливу розташування нулів та полюсів у комплексній площині на амплітудно-частотні характеристики кіл фільтрації та узгодження при різних типах навантажень.

5. Розроблено варіанти топології реалізації ФНЧ та ФВЧ. Показано, що при використанні зосереджених елементів  $L$ ,  $C$  ступінчастих ліній для підвищення точності розрахунків необхідно враховувати індуктивності та ємності стрибків хвильового опору. При цьому для збільшення частотної області реалізації зосереджених елементів необхідно скоригувати хвильові опори та час затримки відрізків однорідних ліній, отриманих при врахуванні параметрів стиків ліній.

6. При синтезі СПФ на нових типах НЛ можна використовувати наближений метод Кона та інші методи синтезу фільтрів. Водночас при використанні резонаторів на НЛ слід враховувати наявність додаткового трансформатора, що вносить корекцію у визначення параметрів інверторів. Використання НЛ як резонаторів дозволяє вибором хвильового опору збільшити смугу загородження СПФ порівняно з СПФ на резонаторах на основі однорідних ліній.

7. Аналіз АЧХ синтезованих фільтрів на НЛ різними відомими методами показав, що незалежно від методу, що використовується, зі збільшенням смуги пропускання відбувається зменшення мінімуму загасання в області загородження. При цьому при використанні паралельних шлейфів АЧХ в області загородження сильно поріzana. Максимум згасання виникає на частотах послідовного резонансу паралельних шлейфів. Мінімуми згасання розташовані між цими частотами. Тому збільшення загасання у сфері загородження необхідно використовувати резонатори з розрядженим спектром частот паралельного і послідовного резонансу.

8. Достовірність отриманих результатів підтверджується загальноприйнятими фізичними припущеннями, коректність яких підтверджена практикою, збігом окремих результатів з раніше відомими і правильними математичними викладками. Основні результати дисертаційних досліджень можуть бути використані при розробці фільтрів радіотехнічних пристроїв засобів телекомунікацій

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аверкин В.Н., Бердышев Р.В., Кордюков Р.Ю., Куликов А.В. Программная реализация процедуры Ричардса для синтеза неоднородных линий // Программные продукты и системы. 2011.
2. Бердышев Р. В., Кордюков Р. Ю., Бердышев В. П., Помазуев О. Н., Хрипун С. И. Алгоритмы синтеза полосно-заграждающих фильтров на плавных неоднородных линиях для САПР СВЧ-устройств // Программные продукты и системы. 2014. №1 (105).
3. Биденко П.С., Назарько А.И. Мікросмушковий фільтр на основі двовимірних неоднорідностей // Вісник НТУУ "КПІ". Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування. №46. 2011. С.111-115.
4. Девятков Г. Н. Рабочие и собственные параметры реактивного согласующего четырехполюсника // Докл. СО АН ВШ. 2000. № 2. С. 48–52.
5. Карпов Ю.О., Ведміцький Ю.Г., Кухарчук В.В. та ін. Теоретичні основи електротехніки. Перехідні процеси в лінійних колах. Синтез лінійних кіл. Електричні та магнітні нелінійні кола : підручник / ред. Ю.О. Карпов. Херсон : «Олді-плюс», 2019. 456 с.
6. Карпов Ю.О., Каців С.Ш., Кухарчук В.В. та ін. Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими та розподіленими параметрами : підручник / ред. Ю.О. Карпов. Херсон: «Олді-плюс», 2019. 326 с.
7. Каців С.Ш., Ведміцький Ю.Г., Кухарчук В.В. Теоретичні основи електротехніки. Комп'ютерні розрахунки та моделювання нелінійних електричних кіл та кіл з розподіленими параметрами : навч. посіб. Херсон: «Олді-плюс», 2018. 148 с.
8. Коваль Ю.О., Гринченко Л.В., Милютченко І.О., Рибін О.І. Основи теорії кіл: Підручник для студентів ВНЗ. Ч.2. / ред. В.М. Шокало, В.І. Правда. Харків: ХНУРЕ; Колегіум, 2006. 668 с.
9. Козловский В.В., Сошников В.И., Бычковский В.А., Баранов П.М., Згурский А.В. Синтез устройств СВЧ на неоднородных линиях. Киев. «Техніка».



1991. 160с.

10. Козловский В.В., Сошников В.И. Устройства на неоднородных линиях. Киев. Техніка, 1987. 191с.

11. Кравченко І.В., Микитенко В.І. Інформаційні технології: Системи комп'ютерної математики. – Електронні текстові дані. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 243с.

12. Маляр В.С. Теоретичні основи електротехніки : підручник / В.С. Маляр. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2018. 416 с.

13. Микроволновые устройства телекоммуникационных систем. т. 1. Распространение радиоволн. Антенные и частотно-избирательные устройства. / М.З. Згуровский, М.Е. Ильченко, С.А. Кравчук и др. Киев, 2003. 454 с.

14. Нефедов В.І. Теорія електрозв'язку. 2018. 495с.

15. Нефёдов Е.И., Козловский В.В., Згурский А.В. Микро-полосковые излучающие и резонансные устройства. Киев. «Техніка». 1990. 160с.

16. Приходько Т., Козловський В., Яковів І., Комар О. Синтез ФНЧ на неоднорідних лініях з розширеною смугою захисту від зовнішніх впливів Альманах науки. № 6 (39) червень 2020 р. С.25-29.

17. Сенько, В.Ф. Теорія електричних кіл: навч. посіб. / В.Ф. Сенько, О.В. Вовна, І.С. Лактіонов. Покровськ: ДВНЗ «ДонНТУ», 2017. 254 с.

18. Филипский, Ю. К. Синтез цифровых полосовых гауссовых фильтров / Ю. К. Филипский, Л. С. Фонар, А. Р. Агаджанян // Электротехнические и компьютерные системы. 2015. № 17 (93). С. 69-73.

19. Шкапа В. В., Коцержинский Б. А. Смуговий фільтр на основі мікросмужкових резонаторів з чвертьхвильовими зв'язками // Вісник НТУУ "КПІ". Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування. №44. 2011. С. 68-74.

20. Acil M. and Konuralp A. Reconstruction of potential function in inverse Sturm-Liouville problem via partial data. An International Journal of Optimization and Control: Theories & Applications ISSN:2146-0957 eISSN:2146-5703 Vol.11, No.2. 2021. P.186-198.

21. Adamou-Mitiche A.B.H., Mitiche L. An efficient approximant for 2D digital

models: Application to the 2D IIR filters synthesis. IEEE Jordan Conference on Applied Electrical Engineering and Computing Technologies (AEECT), 2013.

22. Advanced Direct Synthesis Approach for High Selectivity In-Line Topology Filters Comprising - 1 Adjacent Frequency-Variant Couplings. Yuxing He, G. Macchiarella, Zhewang Ma, Ligu Sun, N. Yoshikawa. Engineering IEEE Access 2019.

23. Amari S. Synthesis of Cross-Coupled Resonator Filters Using an Analytical Gradient-Based Optimization Technique. IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., 48, 2000. P. 1559–1564.

24. Amari S. and Macchiarella G. Synthesis of inline filters with arbitrarily placed attenuation poles by using nonresonating nodes. IEEE Trans. Microw. Theory Techn., vol. 53, no. 10, Oct. 2005. P. 3075-3081.

25. Amari S. and Rosenberg U. Synthesis and design of novel in-line filters with one or two real transmission zeros. IEEE Trans. Microw. Theory Techn., vol. 52, no. 5, May 2004. P. 1464-1478.

26. AWR Microwave Office software [https://www.cadence.com/en\\_US/home/tools/system-analysis/rf-microwave-design/awr-microwave-office.html](https://www.cadence.com/en_US/home/tools/system-analysis/rf-microwave-design/awr-microwave-office.html)

27. Bakshi U. A., Bakshi A. V. Electromagnetic Waves and Transmission Lines. Technical Publications, 2009. 916 p.

28. Bondarenko N. Inverse Sturm-Liouville problem with analytical functions in the boundary condition. Mathematics Mathematical Methods in the Applied Sciences. 18(1), June 2020. P. 512-528.

29. Bondarenko N. Partial Inverse Sturm-Liouville Problems. Mathematics 2023, 11(10), 2408

30. Cameron R.J. Advanced Coupling Matrix Synthesis Techniques for Microwave Filters. IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., 51, 2003. P. 1–10.

31. Cameron R.J., Kudsia C. M. and Mansour R. Microwave Filters for Communication Systems: Fundamentals Design and Applications. Hoboken, NJ, USA:Wiley, 2007.

32. Cao Y., Reitzinger S. and Zhang Q.-J. Simple and efficient high-dimensional

parametric modeling for microwave cavity filters using modular neural network. *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.*, vol. 21, no. 5, May 2011. P. 258-260.

33. Dorf R.C, Svoboda J.A. *Introduction to Electric Circuits*. John Wiley & Sons, 2010. 886 p.

34. Dubovik I. A., Boykachev P. V., Isaev V. O., Dmitrenko A. A. Methods for synthesis of matching circuits for broadband radio devices with unstable load impedance. *Doklady BGUIR*. 2021. 19(1). P. 61–69.

35. Dumitrescu B. and Niemisto R.. An Iterative reweighted least-squares algorithm for the design of 2D IIR filters. *IEEE Conference Publications, 12th European Signal Processing Conference*, 2004. P. 133-136.

36. Freiling G., Yurko V. *Inverse Sturm-Liouville Problems and Their Applications*. UK ed. Nova Science Pub Inc; UK ed. Edition. January 1, 2001. 305 p.

37. Gao W., Yang F., Cui Y., and Yang J. The Extended Polarimetric Whitening Filter and Its Application to Target Detection in Polarimetric Synthetic Aperture Radar Images. *IEEE geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 13, No. 3, March 2016. P. 419-423.

38. Gowrish B. & Koul S.K. Designing RF and Microwave Band Pass Filters Using Coupled Resonators. *IETE Journal of Education*. vol 62, 2021. Issue 1.P. 6-11.

39. Guerrero E., Verdu J. and de Paco P. Synthesis of extracted pole filters with transmission zeros in both stopbands and nonresonant nodes of the same nature. *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.*, vol. 31, no. 1, Jan. 2021. P. 17-20.

40. Guo C., Shang X., Lancaster M. J. and Xu J. A 3-D printed lightweight X-band waveguide filter based on spherical resonators. *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.*, vol. 25, no. 7, Jul. 2015. P. 442-444.

41. Gupta K.C., Garg R., Chadha R. *Computer – aided design of microwave circuits*. A.H., Inc. 1987, 432 p.

42. He Y., Macchiarella G., Ma Z., Sun L. and Yoshikawa N. Advanced Direct Synthesis Approach for High Selectivity In-Line Topology Filters Comprising  $N$  - 1 Adjacent Frequency-Variant Couplings. *IEEE Access*, vol. 7, 2019. P. 41659-41668.

43. Hendry D. R. and Abbosh A. M. Analysis of Compact Triple-Mode Ceramic

Cavity Filters Using Parallel-Coupled Resonators Approach. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 64, no. 8, Aug. 2016. P. 2529-2537.

44. Hong J.S. and Lancaster M. J. Design of highly selectivity microstrip bandpass Filters with a Single Pair of Attenuation Poles at Finites Frequencies. *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.* 48, 2000. P. 1098–1107.

45. Hong J. S. and Lancaster M. J. *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*. Wiley, New York, 2001. 458p.

46. Kabir H., Wang Y., Yu M. and Zhang Q.-J. High-dimensional neural-network technique and applications to microwave filter modeling. *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 58, no. 1, Jan. 2010. P. 145-156.

47. Kabir H., Wang Y., Yu M. and Zhang Q.-J. Neural network inverse modeling and applications to microwave filter design. *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 56, no. 4, Apr. 2008. P. 867-879.

48. Kenneth S., Yeo K.. Advanced RF/microwave filter design using microwave circuit simulators. *AIP Conference Proceedings* 2643, 040025 (2023).

49. Koziel, S., Ogurtsov, S., Bandler, J.W., Cheng, Q. Reliable space-mapping optimization integrated with EM-based adjoint sensitivities. *IEEE Trans. Microw. Theory Technol.* 2013, 61. P. 3493–3502.

50. Kumar P. Design of Simpson Integrator at Microwave Frequency. *IEEE conference publication*, 2015.

51. Kurushin A. Basic Course of Design of Microwave Devices using CST STUDIO SUITE. “One-Book”, 2014. 382 p.

52. LeCun Y., Bengio Y. and Hinton G. Deep learning", *Nature*, vol. 521, no. 7553, May 2015. P. 436-444.

53. Liao C.K., Chang C. Y. and Lin J. A vector-fitting formulation for parameter extraction of lossy microwave filters. *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.*, vol. 17, no. 4, Apr. 2007. P. 277-279.

54. López-Oliver E. et al. 3-D printed bandpass filter using conical posts interlaced vertically. *IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig.*, Los Angeles, CA, USA, Aug. 2020. P. 580-582.

55. Luo X., Yang B. and Qian H.J. Adaptive synthesis for resonator-coupled filters based on particle swarm optimization. *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 67, no. 2, Feb. 2019. P. 712-725.
56. Macchiarella G. and Tamiazzo S. An application-oriented design procedure for cascaded-block extracted-pole filters. *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 69, no. 1, Jan. 2021. P. 647-658.
57. Marchenko V.A. *Sturm-liouville operators and applications*. Revised Edition. 2011 by the American Mathematical Society. Printed in the United States of America. 390p.
58. Masse Dan. Theory and design of microwave filters. *Microwave Journal*, vol. 45, no. 10, Oct. 2002, P. 144.
59. Mejillones S.C., Oldoni M., Moscato S., Macchiarella G., D'Amico M., Gentili G.G., and Biscevic G. Unified Analytical Synthesis of Cascaded n-Tuplets Filters Including Nonresonant Nodes. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Tech.*, 69, 2021. P. 3275-3286.
60. *Microwave filters and Circuits*. Editor: Akio Matsumoto. 1970. 246 p.
61. *Microwave filter synthesis*. Final Year Project (FYP) / Ng, J. W. Nanyang Technological University, Singapore. 2022.
62. Madanayake A., Wijayarathna S., Wijenayak C. Combined time-delay FIR and 2-D IIR filters for EARS, radar, and imaging applications. *IEEE 57th International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS)*, College Station, TX, United States, 3-6. August 2014.
63. Mishra S., Mishra Dr., Chebyshev A. Filters for Microwave Frequency Applications A Literature Review. *IJRDS- International Journal for Scientific Research and Development*, vol. 3, Issue 04, 2015.
64. Moallem M. and Sarabandi K. A Spatial Image rejection filter based on miniaturized-element FSS for J-band radar applications. *Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI)*, IEEE, July 2012.
65. Modeling of microwave filters using gradient Particle Swarm Optimization neural networks. *Seminar on Detection Systems Architectures and Technologies (DAT)*.

2017.

66. Montejo-Garai J.R., Ruiz-Cruz J.A., Rebollar J.M., Padilla-Cru M.J., Onoro-Navarro A. and Hidalgo-Carpintero I. Synthesis and design of in-line N-order filters with N real transmission zeros by means of extracted poles implemented in low-cost rectangular H-plane waveguide. *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 53, no. 5, May 2005. P. 1636-1642.

67. Mudasir Bashir. Digital Filter design techniques of Microwave filters. ISSN: 2277 128X, IJARCSSE, April 2013. P. 395-399.

68. Nguyen T.G., Yego K., Ren G., Boes A., Mitchell A. Microwave engineering filter synthesis technique for coupled ridge resonator filters. *Opt Express* 2019 Nov 11; 27(23):34370-34381.

69. Nwajana A.O., Yeo K.S.K., and Dainkeh A. Low Cost SIW Chebyshev Bandpass Filter with New Input/Output Connection. 16th Mediterranean Microwave Symposium (MMS), United Arab Emirates, Nov, 2016. P. 1–4.

70. Pan G., Wu Y., Yu M., Fu L. and Li H. Inverse modeling for filters using a regularized deep neural network approach. *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.*, vol. 30, no. 5, Apr. 2020. P. 457-460.

71. Pflüger S., Waldschmidt C. and Ziegler V. Coupling matrix extraction and reconfiguration using a generalized. *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 64, no. 1, Feb. 2016. P. 148-157.

72. Pozar D. M. Microwave engineering: 4th ed. New York: John Wiley & Sons, 2012. 756 p.

73. Pradeep Kumar. Design of low pass microwave filter using impulse invariant transforms. *International journal of computer application*, Volume 99- no. 3, August 2014. P. 45-47.

74. Pramanick P., Bhartia P. Modern RF and Microwave Filter Design. 2016. Artech House 685 Canton Street Norwood, MA 02760. 437 p.

75. Protap Pramanick, Prakash Bhartial. Modern RF and Microwave Filter Design. ISBN-13: 978-1-63081-157-0 Cover design by John Gomes. 2016 Artech House 685 Canton Street Norwood, MA 02760. 437 p.

76. Richards P. I. Resistor – transmission – line circuits // Proc. IRE. 1948. Vol. 36. P. 217-220.
77. Rychko A.R., Telina I.S., Petrov E.V. and Popov V.V. Modelling of microwave filters based on LTCC. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1352 (2019) 012042.
78. Sadasivan K. and Psychogiou D. Tunable 3D-printed coaxial-cavity filters with mixed electromagnetic coupling. Proc. IEEE Int. Symp. Antennas Propag. USNC-URSI Radio Sci. Meeting, Jul. 2019. P. 1703-1704.
79. Saini Y., Kumar M. Performance Analysis of 9th Order Chebyshev Filter at Microwave Frequencies. IEEE International Conference on Advances in Engineering & Technology Research (ICAETR-2014), August 01-02, 2014.
80. Scarbrough D., Psychogiou D., Peroulii D., and Goldsmith C. Low-Loss, Broadly-Tunable Cavity Filter Operating at UHF Frequencies. IEEE , 2015. P.1-4.
81. Shaiba A. Design techniques of microwave filters: a literature review. International Journal of Industrial Electronics and Electrical Engineering, ISSN: 2347-6982, 2349-204X. Volume-5, Issue-11, Nov.2017. P.19-25.
82. Shrivastava S. and Upadhyay D. Notice of Violation of IEEE Publication Principles: Design of Microwave Filters Using DSP Technique. 2008 International Symposium on Communications and Information Technologies, Vientiane, Laos, 2008, P. 644-646.
83. SHF Communication Technologies AG. RF & Microwave Passive Components 31.05.2023. <https://www.shf-communication.com/products/rf-passive-components/>.
84. Taranin S.V., Devyatkov G. N. A new synthesis method of broadband matching devices on stepped nonuniform sections of transmission line for arbitrary loads. Izvestiya vuzov Rossii. Radioelectronics. Issue. 1. 2009.
85. Tomassoni C., Venanzoni G., Dionigi M. and Sorrentino R. Compact quasi-elliptic filters with mushroom-shaped resonators manufactured with 3-D printer. IEEE Trans. Microw. Theory Techn., vol. 66, no. 8, Aug. 2018. P. 3579-3588.
86. Uikey S.K., Mishra Dr.A. Cavity Filters for Microwave Application a

Literature Review. IJRDS International Journal for scientific research and development, vol. 3, Issue 04, 2015.

87. Wijayarathna S., Madanayake A. and Hariharan S.I. and Bruton L.T. Reconfigurable Phase-Linearizer for 2-D IIR RF-to-Bits Antenna-Array Digital Beam filters. 9th International Conference on Information, Communications & Signal Processing (ICICS), December 2013.

88. Wu S., and Cao W. Parametric model for microwave filter by using multiple hidden layer output matrix extreme learning machine. IET Microwaves, Antennas & Propagation, 13, 2019. P. 1889-1896.

89. Xue L., Liu B., Yu Y., Cheng Q.S., Imran M. and Qiao T. An unsupervised microwave filter design optimization method based on a hybrid surrogate model-assisted evolutionary algorithm. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 71(3), 2023. P. 1159-1170.

90. Yang C., Bondarenko N. Local solvability and stability of inverse problems for Sturm-Liouville operators with a discontinuity. Mathematics Journal of Differential Equations. Journal of Differential Equations, Volume 268, Issue 10, 2019. P. 6173-6188.

91. Yang Y., Yu M. and Wu Q. Advanced synthesis technique for unified extracted pole filters. IEEE Trans. Microw. Theory Techn., vol. 64, no. 12, Dec. 2016. P. 4463-4472.

92. Yang Y., Zeng Y., Yu M. and Wu Q. Synthesis of a new class of extracted pole filters without the ideal phase shifters. IEEE Trans. Microw. Theory Techn., vol. 69, no. 1, Jan. 2021. P. 639-646.

93. Yarman B. S. Design of Ultra Wideband Power Transfer Networks. Hoboken, NJ: Wiley; 2010. 432 p.

94. Yeo K.S.K. Wideband Grounded Coplanar Waveguide Bandpass Filter with Novel Coupling Structures. 2019 IEEE Asia-Pacific Microwave Conference (APMC), Singapore, Dec. 2019. P. 1038–1040.

95. Yeo. S.K.K. A Novel Canonical Triband Substrate Integrated Waveguide Bandpass Filter. 2019 IEEE Asia-Pacific Microwave Conference (APMC), Singapore,



Dec. 2019. P.354–356.

96. Yeo K.S.K. and Lancaster M.J. 8 Pole High Temperature Superconductor Microstrip Dual Band Bandpass Filter Desig. IEEE MTT-S International Microwave Symposium, Baltimore, Jun. 2011. P. 1–4.

97. Yeo K.S.K. and Lancaster M. J. Categorising Microstrip Distributed Elements Coupling Types. Proceeding of Advances in Computing and Technology, London, 2010. P. 101–109.

98. Yeo K.S.K., Lancaster M.J. and Hong J. S. The Design of Microstrip Six Pole Quasi Elliptic Filter with Linear Phase Response using Extracted Pole Technique. IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. 49, 2001. P. 321–327.

99. Yeo K.S.K. and Nwajana A.O. A Novel Microstrip Dual-Band Bandpass Filter using Dual-Mode Square Patch Resonators. PIER C, 36, 2013. P. 233–247.

100. Youla D.C. A new theory of broadband matching. IEEE Trans. 1964;11(3.1): 30-50.

101. Yu Y., Liu B., Wang Y., Lancaster M.J. and Cheng Q.S. A general coupling matrix synthesis method for all-resonator diplexers and multiplexers. IEEE Trans. Microw. Theory Techn., vol. 68, no. 3, Mar. 2020. P. 987-999.

102. Yuceer M. A Reconfigurable Microwave Compline Filter. IEEE transactions on circuits and systems-ii: express briefs, vol. 63, no. 1, January 2016. P. 84-88.

103. Zhang C., Jin J., Na W., Zhang Q. J. and Yu M. Multivalued neural network inverse modeling and applications to microwave filters. IEEE Trans. Microw. Theory Techn., vol. 66, no. 8, Aug. 2018. P. 3781-3797.

104. Zhang W. et al. Advanced parallel space-mapping-based multiphysics optimization for high-power microwave filters. IEEE Trans. Microw. Theory Techn., vol. 69, no. 5, May 2021. P. 2470-2484.

105. Zhang Y., Zhang F., Gao Y., Xu J., Guo C. and Shang X. 3D printed waveguide step-twist with bandpass filtering functionality. Electron. Lett., vol. 56, no. 11, 2020. P. 527-528.

106. Zhang Z., Chen H., Yu Y., Jiang F., and Cheng Q.S. Yield-constrained optimization design using polynomial chaos for microwave filters. IEEE Access 9,

2021. P. 22408-22416.

107. Zhao and D. Psychogiou. Monolithic SLA-based capacitively-loaded high-Q coaxial resonators and bandpass filters", Proc. 50th Eur. Microw. Conf. (3.EuMC), Jan. 2021. P. 471-474.

108. Zhao P. and Rao M. Design and tuning of extracted-pole filters with non-resonant nodes by circuit model extraction. IEEE Trans. Microw. Theory Techn., vol. 70, No. 4, Apr. 2022. P. 2174-2184.

**СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ**

1. Баланюк Ю., Дудник В. Процедура синтезу стержневих розподілених структур у площині двох частотних змінних. *Measuring and computing devices in technological processes*, (4), 2023. С. 273-280. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2023-76-36>

2. Баланюк Ю., Дудник В. Використання двох частотних змінних при синтезі розподілених кіл. *Measuring and computing devices in technological processes*, (3), 2023. С. 269-274. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2023-75-33>

3. Козловський В. В., Дудник В. Б. Фільтрові ланки на основі неоднорідних ліній передачі. *Наукоємні технології*, 4(56), 2022. С. 289-295. <https://doi.org/10.18372/2310-5461.56.17128>

4. Kozlovskiy V., Bieliatynskiy A., Klobukov V., Dudnyk V. Devices on Inhomogeneous Links with Nonlinear Capacity. *Advances in Artificial Systems for Logistics Engineering. ICAILE 2022. Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*, vol 135. Springer, Cham, 2022. P. 469-480. (Scopus) [https://doi.org/10.1007/978-3-031-04809-8\\_42](https://doi.org/10.1007/978-3-031-04809-8_42)

**Матеріали й тези доповідей на конференціях**

6. Дудник В. Б., Мелешко Т. В., Сорокун А. Д. Пристрої на неоднорідних лініях з нелінійною ємністю у телекомунікаційних системах. XVI Міжнародна науково-технічна конференція АВІА-2023. Електроніка та телекомунікації, (18-20 квітня 2023 р.), 2023. С. 56-60.

7. Nesterenko K., Nimych O., Dudnyk V. Determination of a four-pole transmission line matrix based on a nonuniform. XII Міжнародна науково-технічна конференція ITSec-2023. Безпека інформаційних технологій, (2-4 травня 2023 р.), 2023. С. 67-69.

8. Nesterenko K. S., Nimych O. V., Dudnyk V. B. Analytical techniques for determining quadrupole matrix in nonuniform transmission lines for high-speed

communication systems. XVI Міжнародна науково-практична конференція ПРТК-2023, (23-24 травня 2023 р.), Київ, 2023. С. 248-250.

9. Яковів І. І., Горошанко А. І., Дудник В. Б. Пристрої на неоднорідних лініях з нелінійною ємністю у телекомунікаційних системах. XV Міжнародна науково-практична конференція ПРТК-2022, (17-18 травня 2022 р.), Київ, 2022. С. 208-211.

**ЗАТВЕРДЖУЮ**В.о. проректора з наукової роботи  
Національного авіаційного  
університету

 Сергій ГІНАТЮК  
 «17» травня 2024 р.
**АКТ**

Впровадження результатів дисертаційного дослідження  
ДУДНИКА Владислава Басіровича

На тему: «Синтез розподілених структур фільтрації для підвищення  
ефективності радіотехнічних та телекомунікаційних систем на основі  
неоднорідних ліній»

Спеціальність 05.12.13 – радіотехнічні пристрої та засоби телекомунікацій

Комісія у складі:

голова – зав. кафедри засобів захисту інформації, д.т.н, професор Валерій  
КОЗЛОВСЬКИЙ.

член комісії – професор кафедри засобів захисту інформації, професор  
кафедри засобів захисту інформації, д.т.н., професор Сергій ЛАЗАРЕНКО.


склала цей акт, що результати дисертаційної роботи асистента кафедри  
системного аналізу та інформаційних технологій Маріупольського державного  
університету ДУДНИКА Владислава Басіровича на тему: «Синтез розподілених  
структур фільтрації на основі неоднорідних ліній» впроваджені в навчальний  
процес кафедри засобів захисту інформації Національного авіаційного  
університету.

Матеріали дисертації увійшли до складу лекційних та практичних занять  
дисциплін «Безпека інформаційних і комунікаційних систем», «Безпека в  
кібернетичному просторі», «Проектування систем технічного захисту  
інформації» а також використовуються при підготовці бакалаврських  
кваліфікаційних робіт.

Впровадження результатів дослідження Дудника В.Б. дозволило збільшити  
науковий та методичний рівень вказаних курсів та сприяло удосконаленню  
навчального процесу.

**Голова комісії**

зав. кафедри «Засобів захисту інформації»  
д.т.н., професор


 Валерій КОЗЛОВСЬКИЙ
**Член комісії**

професор кафедри «Засобів захисту інформації»  
д.т.н., професор

 Сергій ЛАЗАРЕНКО

«17» травня 2024 р.

Затверджую  
 Проректор з науково-педагогічної  
 роботи та досліджень  
 Луцького національного технічного  
 університету



Олена ЛЮТАК  
 23 » *серпня* 2024 р.

### АКТ

впровадження (використання) результатів наукових досліджень дисертаційної роботи ДУДНИКА ВЛАДИСЛАВА БАСІРОВИЧА на тему «Синтез розподілених структур фільтрації для підвищення ефективності радіотехнічних та телекомунікаційних систем на основі неоднорідних ліній» при виконанні науково-дослідних робіт

Комісія в складі: голова комісії - завідувач кафедри електроніки та телекомунікацій к.т.н. доц. Заблоцький Валентин Юрійович, члени комісії: к.т.н., доц. Лишук Віктор Васильович, к.т.н., доц. Ткачук Анатолій Анатолійович, к.т.н. доц. Селепина Йосип Романович, здійснила перевірку використання наукових та практичних результатів, отриманих в ході дисертаційних досліджень Дудника В.Б. «Синтез розподілених структур фільтрації для підвищення ефективності радіотехнічних та телекомунікаційних систем на основі неоднорідних ліній».

Комісія встановила, що окремі наукові результати, які викладені в дисертаційній роботі та публікаціях Дудника В. Б., були використані в науково-дослідній роботі «Дослідження функціонування електронних пристроїв та перетворювачів фізичних величин в інформаційно-комунікаційному середовищі», державний реєстраційний номер № д/р: 0124U002133, яка виконується в Луцькому національному технічному університеті.

Результати, отримані в дисертації використані для вирішення науково-технічної задачі синтезу кіл фільтрації радіотехнічних пристроїв, що входять до складу засобів телекомунікацій з більш досконаліми характеристиками, а саме:

- отримані аналітичні вирази для визначення характеристичних параметрів неоднорідних ліній, що дозволить використовувати класичні методи теорії синтезу фільтрів не тільки на однорідних лініях, а й на основі неоднорідних ліній;
- визначено характеристичні параметри неоднорідної лінії при зміщенні дійсного нуля або полюса вхідного опору навантаженої однорідної лінії, що дозволяє реалізувати різні залежності характеристичного опору від частоти, таким чином розширюючи клас навантажень, які можуть використовуватися;
- запропонований метод синтезу фільтрів на основі широкосмугової імітації характеристик зосереджених елементів двоступінчастими однорідними лініями з



урахуванням впливу стрибків хвильового опору дає можливість синтезувати фільтри на неоднорідних лініях з характеристиками, що перевершують існуючі аналоги.

Вказані результати дисертаційних досліджень можуть бути використані при розробці пристроїв фільтрації радіотехнічних пристроїв високошвидкісних засобів телекомунікацій. Практичне використання таких фільтрів підвищує завадостійкість та перешкодозахищеність телекомунікаційних систем.

«23» січня 2024 р.

Голова комісії:



Валентин ЗАБЛОЦЬКИЙ

Члени комісії:



Віктор ЛИШУК



Анатолій ТКАЧУК



Йосип СЕЛЕПИНА